



Poradnik metodyczny

Tomasz Wójtowicz

Doskonalenie warsztatu pracy
nauczycieli szkół ćwiczeń
w kontekście rozwijania
myślenia matematycznego uczniów
na II etapie edukacyjnym

Poradnik metodyczny

Tomasz Wójtowicz

Doskonalenie warsztatu pracy
nauczycieli szkół ćwiczeń
w kontekście rozwijania
myślenia matematycznego uczniów
na II etapie edukacyjnym

Ośrodek Rozwoju Edukacji
Warszawa 2021

Konsultacja merytoryczna
Wydział Rozwoju Kompetencji Kluczowych
Anna Kasperska-Gochna

Redakcja i korekta
Elżbieta Gorazińska

Projekt okładki, layout,
redakcja techniczna i skład
Barbara Jechalska

Fotografia na okładce: © pixeldreams/Bank zdjęć Photogenica

Ośrodek Rozwoju Edukacji
Warszawa 2021
Wydanie I

ISBN 978-83-66830-23-3

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach licencji
Creative Commons Uznanie Autorstwa – Użycie Niekomercyjne (CC BY-NC)

00-478 Warszawa
Aleje Ujazdowskie 28
www.ore.edu.pl

Spis treści

Wstęp	6
1. Specyfika nauczania i uczenia się matematyki na II etapie edukacyjnym.....	7
2. Kształtowanie kompetencji kluczowych na II etapie edukacyjnym.....	10
2.1. Aktywność uczniów na lekcjach matematyki	10
2.2. Sposoby rozwijania kompetencji kluczowych na lekcjach matematyki	11
2.3. Inicjatywy, które posłużyły nabywaniu kompetencji kluczowych przez uczniów	13
2.4. Realizacja treści ponadprogramowych	16
3. Wspomaganie rozwoju myślenia matematycznego	25
3.1. Strategie uczenia się.....	25
3.2. Realizacja różnych strategii uczenia się.....	27
4. Realizacja celów kształcenia matematycznego.....	35
4.1. Kształcenie ogólne w szkole podstawowej	35
4.2. Właściwe organizowanie procesów edukacyjnych.....	37
4.3. Możliwości edukacji alternatywnej.....	41
4.4. Inne sposoby realizacji celów kształcenia	44
4.5. Innowacyjne formy współpracy oraz organizacji środowiska uczniów	46
5. Metody, techniki i formy pracy umożliwiające rozwijanie kompetencji matematycznych	47
5.1. Metody i strategie wykorzystywane w nauczaniu matematyki	48
5.2. Kształcenie matematyczne uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi	53
5.3. Zastosowanie aktywnych metod i technik uczenia się na lekcjach matematyki	56
5.4. Formy nauczania.....	59
5.5. Nauczanie matematyki w formie zdalnej	64
5.6. Metoda pytań i doświadczeń	66
5.7. Samodzielne zdobywanie wiedzy przez uczniów	66
6. Innowacyjne rozwiązania w nauczaniu matematyki.....	69
6.1. Definicja i zakres działań innowacyjnych	69
6.2. Innowacje organizacyjne na lekcjach matematyki	70
6.3. Wykorzystanie aplikacji w nauczaniu matematyki	82
6.4. Środki dydaktyczne wspomagające proces nabywania umiejętności matematycznych	84
6.5. Efektywna współpraca nauczycieli na II etapie edukacyjnym	86

7. Zasoby Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – epodreczniki.pl	89
7.1. Innowacyjne programy nauczania matematyki na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej.....	91
7.2. Portale edukacyjne na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej	94
8. Ewaluacja postępów ucznia	95
8.1. Definicje, modele i znaczenie ewaluacji.....	95
8.2. Model triangulacyjny ewaluacji	97
8.3. Metody i narzędzia ewaluacji programu nauczania dotyczące realizacji celów kształcenia	100
8.4. Inne ciekawe metody ewaluacji dotyczące rozwoju umiejętności uczniów	101
8.5. Internetowe narzędzia ewaluacji do wykorzystania na lekcjach matematyki	102
Podsumowanie	104
Bibliografia	109

Wstęp

Niniejszy poradnik metodyczny dotyczy doskonalenia warsztatu pracy nauczycieli szkół ćwiczeń w kontekście rozwijania myślenia matematycznego uczniów na II etapie edukacyjnym.

Zakres tematyczny poradnika obejmuje następujące zagadnienia:

- 1) Wykorzystanie podmiotowego modelu budowania relacji nauczyciel – uczeń – rodzic.
- 2) Wprowadzenie innowacyjnych działań służących rozwojowi niezbędnych na rynku pracy kluczowych kompetencji uczniów.
- 3) Przykłady dobrych praktyk w zakresie rozwiązań wychowawczych, dydaktycznych i organizacyjnych.
- 4) Koncepcje i teorie pedagogiczne oraz ich praktyczne zastosowanie w bezpośredniej pracy z uczniem.
- 5) Możliwości współpracy z placówkami wspomagania – poradniami psychologiczno-pedagogicznymi, placówkami doskonalenia nauczycieli, bibliotekami pedagogicznymi.
- 6) Działania w partnerstwie ze szkołami wyższymi kształcącymi nauczycieli matematyki poprzez wspólne inicjatywy na rzecz ciągłej modernizacji procesu edukacyjnego.
- 7) Warsztat pracy nauczycieli matematyki oraz ich zaangażowanie w rozwój lokalnej oświaty.

Celem poradnika jest zwiększenie wiedzy i umiejętności nauczycieli realizujących nauczanie matematyki na II etapie edukacyjnym w następujących obszarach:

- 1) Specyfika nauczania na II etapie edukacyjnym w zakresie rozwijania kompetencji matematyczno-przyrodniczych uczniów, ze szczególnym uwzględnieniem myślenia matematycznego oraz metod i technik pracy nauczyciela wspierających myślenie matematyczne.
- 2) Znaczenie kompetencji matematycznych w edukacji oraz życiu codziennym.
- 3) Rozwijanie myślenia matematycznego uczniów, z uwzględnieniem jego wpływu na szkolną edukację oraz życie codzienne.
- 4) Innowacyjne rozwiązania dydaktyczne, skuteczne w rozwijaniu kompetencji matematycznych uczniów.
- 5) Metody i techniki pracy oraz aktywności umożliwiające rozwijanie kompetencji matematycznych, z uwzględnieniem zasad edukacji włączającej.
- 6) Dobre praktyki z wykorzystaniem zasobów edukacyjnych Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – epodreczniki.pl

1. Specyfika nauczania i uczenia się matematyki na II etapie edukacyjnym

Nauczanie matematyki na II etapie edukacyjnym, czyli w klasach IV–VIII szkoły podstawowej, powinno być skoncentrowane na uczniu – jego indywidualnych możliwościach, zainteresowaniach i potrzebach. Współczesna szkoła, która dąży do realizacji tych oczekiwań, stoi przed zadaniem nie tylko efektywnego kształcenia matematycznego, ale daje też szansę nauczycielowi na obranie właściwego kierunku edukacji uczniów.

W dobie ewolucji matematyki ogromne znaczenie ma stosowana przez nauczyciela metodyka nauczania, która powinna uwzględniać nie tylko dokonujące się zmiany, ale przede wszystkim przygotować uczniów do zmierzenia się z czekającymi ich wyzwaniami, i to w każdym obszarze życia osobistego i zawodowego. Przyjęto więc, że zadaniem niniejszego poradnika będzie wsparcie działań szkół, w tym szkół ćwiczeń i szkół współpracujących z nimi oraz placówek i instytucji wspomagających proces uczenia się. Zadaniem tym będzie również inspirowanie do innowacyjnego działania studentów kierunków nauczycielskich oraz czynnych nauczycieli, aby wzbogacali swój warsztat pracy i dzielili się z kolegami pomysłami na efektywne nauczanie. Dlatego w treści publikacji nauczyciel matematyki znajdzie omówienie różnorodnych narzędzi służących praktycznej weryfikacji teorii poznawanej podczas studiów nauczycielskich oraz instrumentów doskonalących jego dotychczasowy warsztat pracy.

Nauczyciel matematyki pełni w szkole ćwiczeń niezwykle ważną rolę. Wymaga się, aby jego postawę cechowała nie tylko biegłość warsztatowa, ale również otwartość na wyzwania. Z uwagi na specyfikę szkoły ćwiczeń w aktywności zawodowej mogą mu towarzyszyć pracownicy placówek wspierających pracę szkoły oraz ekspercki głos specjalistów z wyższych szkół pedagogicznych. Aby zapewnić efektywność działania nauczycielskiego, funkcjonowanie szkół i jednostek wspierających powinno być skoordynowane – wspólnie planowane, przygotowywane, by w konsekwencji prowadziło do podnoszenia kompetencji nauczycieli, pracowników systemu doskonalenia i specjalistów ze szkoły wyższej.

Wydaje się, że marzeniem wielu zaangażowanych nauczycieli matematyki jest również stworzenie własnego ośrodka działań innowacyjnych, służącego podejmowaniu nowatorskich aktywności i wpływającego na rozwój kompetencji kluczowych ucznia. Jak czytamy w *Modelu funkcjonowania szkoły ćwiczeń*, taki typ działań jest elementem systemu kształcenia przyszłych nauczycieli, a także doskonalenia zawodowego obecnych przedstawicieli środowiska nauczycielskiego.

Wielu nauczycieli uważa ponadto, że uczeń kończący szkołę podstawową musi nabyć umiejętności rozumowania w matematyczny sposób, rozumienia dowodu matematycznego, komunikowania się językiem matematycznym oraz korzystania z odpowiednich pomocy. Nawiązując do tych postulatów, zaproponowane w poradniku metody i formy nauczania, pokazują, że szkoła i matematyk pracujący w szkole mogą zapewnić uczniowi wszechstronny rozwój, starając się zorganizować mu optymalne środowisko uczenia się, dostosowane do jego potrzeb i możliwości, m.in. poprzez tworzenie sytuacji mobilizujących do twórczego zaangażowania.

W preambule do podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej prawodawca tworzy podstawy takiego działania. W akcie zapisano, że kształcenie w szkole podstawowej stanowi fundament wykształcenia, a więc zadaniem szkoły jest wprowadzenie dziecka w świat wiedzy, przygotowanie do wykonywania obowiązków ucznia oraz wdrażanie do samorozwoju. W regulacji prawnej przyjęto, że szkoła zapewnia uczniowi bezpieczne warunki oraz przyjazną atmosferę do nauki, uwzględniając jego indywidualne możliwości i potrzeby edukacyjne. Podkreślono również, że najważniejszym celem kształcenia w szkole podstawowej jest dbałość o integralny rozwój biologiczny, poznawczy, emocjonalny, społeczny i moralny ucznia. Matematyka w tym kontekście jest nauką, która dostarcza narzędzi do poznawania środowiska i opisu zjawisk dotyczących różnych aspektów działalności człowieka. Podejmowanie przez ucznia właściwych decyzji, organizowanie własnych działań czy precyzyjne porozumiewanie się często okazują się niemożliwe bez umiejętności matematycznych.

Ostatnie lata szkoły podstawowej to czas wprowadzania na lekcjach matematyki pojęć i własności, które pozwolą uczniowi na doskonalenie myślenia abstrakcyjnego, a w konsekwencji umożliwią rozumowanie i poprawne wnioskowanie w sytuacjach nowych lub dotyczących zagadnień złożonych i nietypowych. W ramowym planie nauczania dla II etapu edukacyjnego w pięcioletnim cyklu kształcenia zaplanowano 20 godzin edukacji matematycznej.

Z raportu *Nauczanie matematyki w szkole podstawowej* Instytutu Badań Edukacyjnych z 2015 roku wynika m.in., że w ramach kształtowania umiejętności metodycznych nauczycieli należy położyć większy nacisk na sposoby osiągania celów ogólnych kształcenia matematycznego oraz na zachowanie prawidłowych proporcji pomiędzy kształtowaniem sprawności rachunkowych i algorytmicznych a rozwijaniem umiejętności rozumowania. Jego autorzy podkreślają również, że szkoły podstawowe powinny wdrożyć system współpracy nauczycieli matematyki i nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej w zakresie nauczania matematyki. System ten ma mieć na celu m.in. zapewnienie spójności nauczania matematyki w szkole podstawowej i wymianę informacji o umiejętnościach i potrzebach uczniów.

Dlatego ważne jest, aby styl pracy nauczyciela na lekcji matematyki był zgodny z potrzebami i możliwościami uczniów. Kluczową rolę w nauczaniu powinien odegrać taki nauczyciel, który potrafi reagować na te potrzeby, odpowiadać na pytania i wątpliwości podopiecznych i jego praca nie sprowadza się jedynie do przekazywania wiedzy matematycznej oraz prostych algorytmów rozwiązywania zadań. W ten sposób nauczyciel matematyki zachowa prawidłowe proporcje pomiędzy kształtowaniem sprawności rachunkowych i algorytmicznych ucznia a rozwijaniem umiejętności rozumowania. Niezbędne są zatem zmiany w podejściu do edukacji matematycznej, które miałyby prowadzić nie tylko do osiągania coraz lepszych efektów kształcenia, ale również zaspokojenia rosnących aspiracji edukacyjnych młodego pokolenia. Zmiany te mają pokazywać zastosowanie umiejętności matematycznych i logicznego myślenia w życiu codziennym oraz stwarzać uczniowi możliwości do samodzielnego odkrywania świata.

Zgodnie z podstawą programową matematyki dla szkoły podstawowej każdy uczeń powinien mieć zapewnione w szkole warunki do odniesienia sukcesu na miarę swoich talentów, możliwości intelektualnych i środowiskowych. Skoro z obowiązujących rozwiązań prawnych wynika, że podczas dwóch pierwszych etapów edukacji uczeń musi uzyskać elementarną wiedzę i umiejętności potrzebne do rozwoju osobistego i kontynuowania nauki w szkole ponadpodstawowej, w publikacji akcentuje się szczególnie te działania, które spowodują, że matematyka stanie się dla większości uczniów przyjazna i zrozumiała.

Oczekiwaniem matematyków jest możliwość tworzenia takiego procesu nauczania, który spowoduje dostrzeganie przez ucznia problemów matematycznych powiązanych z sytuacjami życia codziennego, które za każdym razem zostaną zinterpretowane przez nauczyciela za pomocą odpowiednio dobranego modelu matematycznego. Takie podejście do nauczania pozwoli uczniowi na łagodne pokonywanie każdego etapu edukacji, w ramach którego będzie on:

- zdobywał i stosował umiejętności matematyczne konieczne w życiu codziennym;
- wykorzystywał wiadomości matematyczne w sytuacjach typowych oraz nietypowych;
- samodzielnie podejmował decyzje i uzasadniał swoje stanowisko podczas wyboru metody rozwiązywania zadania;
- logicznie myślał i poprawnie wnioskował;
- planował oraz oceniał wyniki samodzielnego uczenia się;
- korzystał z nowoczesnych technologii;
- stosował nabyte umiejętności matematyczne w rozwiązywaniu problemów z innych dziedzin wiedzy.

Co wobec tego należy zmienić, aby uczeń był jak najlepiej przygotowany do dalszej edukacji matematycznej? Co trzeba zrobić, by odniósł sukces na egzaminach zewnętrznych oraz zrozumiał użyteczność tego przedmiotu w życiu codziennym? Właśnie lektura niniejszego

poradnika daje nauczycielowi wskazówki, jak na co dzień stosować wiedzę i umiejętności już zdobyte przez ucznia na lekcjach matematyki. Podpowiada, jak formułować problemy oraz rozwiązywać je na bazie własnych doświadczeń i wiedzy matematycznej, a także jak w odpowiednich sytuacjach wykorzystywać technologię informacyjno-komunikacyjną i różne ciekawe narzędzia obliczeniowe.

2. Kształtowanie kompetencji kluczowych na II etapie edukacyjnym

2.1. Aktywność uczniów na lekcjach matematyki

Znaczenie kompetencji matematycznych powinno być rozumiane jako zdolność rozwijania i wykorzystywania przez uczniów myślenia i postrzegania matematycznego, co ma przyczynić się do kształtowania ich samodzielności, innowacyjności i kreatywności.

W teorii wielostronnego nauczania – uczenia się Wincenty Okoń wyróżnia trzy rodzaje aktywności człowieka (Okoń, 1987):

- 1) Aktywność intelektualna – związana z przyswajaniem wiadomości z gotowych źródeł i samodzielnym odkrywaniem wiedzy przez rozwiązywanie problemów.
- 2) Aktywność emocjonalna – warunkująca uczenie się przez przeżywanie, wzbudzanie emocji towarzyszących poznawaniu, jak i wytwarzaniu wartości poznawczych.
- 3) Aktywność praktyczna – zakładająca uczenie się przez działanie, wprowadzenie uczniów w świat własnej twórczości technicznej, przygotowanie do rozwiązywania nowych problemów, działania dywergencyjnego w dziedzinie techniki, ekonomii i w zakresie pracy produkcyjnej.

Wymienione rodzaje aktywności sprzyjają rozwijaniu kompetencji kluczowych uczniów, określonych w *Zaleceniu Rady Unii Europejskiej z dnia 22 maja 2018 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie* (Dz.U. UE C189 z 4 czerwca 2018 r.). Kompetencje te są konieczne do samorealizacji i rozwoju osobistego, zatrudnienia, włączenia społecznego, aktywnego obywatelstwa i zrównoważonego stylu życia, niezbędne są także na rynku pracy. Kompetencje kluczowe uważa się za jednakowo ważne, ponieważ każda z nich przyczynia się do udanego życia w społeczeństwie. Mogą być stosowane w wielu różnych kontekstach i rozmaitych kombinacjach. Rozwijanie kompetencji kluczowych ma szczególne znaczenie dla uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi.

2.2. Sposoby rozwijania kompetencji kluczowych na lekcjach matematyki

Na kompetencje kluczowe wskazane przez Radę Unii Europejskiej w 2018 r. składa się 8 kompetencji opisujących konieczną wiedzę, umiejętności i postawy człowieka, które niezbędne są do jego funkcjonowania we współczesnym świecie. Każdą z tych kompetencji należy rozwijać na lekcjach matematyki.

Kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji poprzez:

- sprawną komunikację podczas pracy w parach, grupach oraz w trakcie pracy wspólnym frontem;
- przeprowadzanie debat – analizę „za i przeciw”, tworzenie metaplanu;
- układanie pytań do rozwiązywanego zadania;
- formułowanie własnych opinii i ocen do rozpatrywanego problemu matematycznego;
- wypowiedzi ustne i pisemne w różnej formie, np. planu rozwiązania zadania, prezentacji.

Kompetencje w zakresie wielojęzyczności poprzez:

- pracę z aplikacjami służącymi do rozwiązywania problemów matematycznych w językach obcych;
- korzystanie z obcojęzycznych internetowych słowników pojęć matematycznych;
- poznawanie pojęć matematycznych i nazw wywodzących się z języków obcych;
- udział w warsztatach matematycznych w języku angielskim.

Kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii poprzez:

- poszukiwanie argumentów i ich ocenianie;
- korzystanie z modeli, wykresów, tabel, zestawień statystycznych;
- wyjaśnianie zjawisk występujących w przyrodzie;
- rozwiązywanie problemów z życia codziennego;
- weryfikację hipotez;
- rozumienie zmian powodowanych przez działalność ludzką;
- wyjaśnianie zmian społecznych i cywilizacyjnych wywołanych przez odkrycia, wynalazki i działalność człowieka;
- posługiwanie się urządzeniami technicznymi;
- tworzenie lapbooka.

Kompetencje cyfrowe poprzez:

- korzystanie z komputera i innych urządzeń cyfrowych oraz różnych aplikacji;
- wyszukiwanie informacji w internecie, ich gromadzenie i selekcję;

- przesyłanie danych oraz komunikowanie się z wykorzystaniem technologii;
- pracę na platformie edukacyjnej oraz pracę w chmurze;
- tworzenie treści cyfrowych, m.in. prezentacji;
- korzystanie z zasobów internetowych zgodnie z prawem – poszanowaniem praw autorskich.

Kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się poprzez:

- naukę indywidualną oraz w grupie;
- organizowanie warsztatu własnej nauki;
- planowanie własnej pracy oraz konstruktywną pracę z innymi osobami;
- właściwe formułowanie celów, określanie własnych zasobów i mocnych stron;
- autorefleksję i samoocenę;
- sporządzanie różnych rodzajów notatek, np. mapy myśli;
- autoprezentację.

Kompetencje obywatelskie poprzez:

- poszanowanie innych i współpracę w zespole klasowym;
- angażowanie się w sprawy społeczne;
- realizację projektów interdyscyplinarnych;
- stosowanie zasad współżycia społecznego;
- pełnienie ważnych ról w zespole;
- ocenę koleżeńską;
- osiąganie kompromisu.

Kompetencje w zakresie przedsiębiorczości poprzez:

- inicjowanie projektów i kreowanie pomysłów;
- planowanie i organizowanie pracy zespołowej w realizacji projektów;
- odpowiedzialne realizowanie zadań;
- otwartość na idee i pomysły;
- wspólne podejmowanie decyzji;
- umiejętność negocjowania;
- prezentowanie efektów swojej pracy;
- promocję projektów edukacyjnych.

Kompetencje w zakresie świadomości i ekspresji kulturalnej poprzez:

- układanie zadań w formie graficznej;
- plastyczne przedstawianie rozwiązań problemów;
- układanie zagadek i rebusów matematycznych.

W kształtowaniu kompetencji kluczowych niezwykle ważna jest metoda przyjęta przez nauczyciela. Dlatego zaleca się wyjście poza wiedzę przedmiotową i zastosowanie metody projektów, w tym zajęć terenowych, które rozwijają zainteresowania i talenty uczniów.

W działaniu tym nauczyciel pełni rolę doradcy, obserwatora i współuczestnika procesu dydaktycznego. Jego głównym celem jest wyposażenie ucznia nie tylko w wiedzę, ale także w konkretne umiejętności, które pomogą mu radzić sobie w ciągle zmieniającej się rzeczywistości. Kształtowanie kompetencji kluczowych powinno jednak wynikać przede wszystkim z realizacji podstawy programowej kształcenia ogólnego matematyki, która stanowi jeden z najważniejszych fundamentów pracy szkoły i aktywności nauczyciela. W procesie tym nauczyciel matematyki może pełnić rolę wspierającą działania ucznia, przy założeniu, że uczeń ma stworzone właściwe warunki dydaktyczne, które pozwolą mu na podjęcie aktywnej i samodzielnej pracy.

Kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne obejmują umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów, a także posiadanie zdolności i chęci wykorzystywania istniejącego zasobu wiedzy i metod do wyjaśniania świata przyrody, po to by formułować pytania i wyciągać wnioski oparte na dowodach.

Konieczna wiedza w dziedzinie matematyki obejmuje:

- znajomość miar i struktur, podstawowych operacji i sposobów prezentacji matematycznej;
- rozumienie terminów i pojęć matematycznych;
- świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź;
- umiejętność stosowania podstawowych zasad i procesów matematycznych w codziennych kontekstach prywatnych i zawodowych;
- śledzenie i ocenianie ciągów argumentów;
- zdolność rozumowania w sposób matematyczny;
- rozumienie dowodu matematycznego;
- komunikowanie się językiem matematycznym;
- solidną umiejętność liczenia;
- korzystanie z odpowiednich pomocy, w tym danych statystycznych i wykresów;
- rozumienie matematycznych aspektów cyfryzacji;
- chęć szukania argumentów i oceniania ich zasadności.

2.3. Inicjatywy, które posłużyły nabywaniu kompetencji kluczowych przez uczniów

Dziecięcy Uniwersytet Techniczny w Rzeszowie

Uniwersytet prowadzony przez Fundację Wspierania Edukacji działającą przy Stowarzyszeniu Dolina Lotnicza. Zajęcia DUT są przeznaczone dla uczniów szkół podstawowych w wieku 7–12 lat i mają na celu popularyzowanie wśród dzieci i młodzieży kierunków technicznych, matematycznych i przyrodniczych. Warsztaty dostosowane są do wieku uczestników i mają pobudzić dziecięcą ciekawość, propagować edukację i zachęcać do poznawania świata.

Prowadzący wykłady, ćwiczenia i zajęcia laboratoryjne przygotowują je w taki sposób, aby każde dziecko jak najwięcej z nich zrozumiało i zapamiętało.

Priorytetem DUT jest zdobywanie wiedzy przez zabawę i przystępną dla dzieci formę przekazywania informacji. Uczestnictwo w zajęciach przyczynia się do rozwijania już istniejących bądź wzbudzania zupełnie nowych zainteresowań małych studentów. Dzięki odpowiedniemu zaprezentowaniu nauk ścisłych młodzi studenci w dorosłym już życiu prawdopodobnie wybiorą uczelnie techniczne, aby zgłębiać wiedzę i zdobywać wykształcenie w tym kierunku.

Ekonomiczny Uniwersytet Dziecięcy

<https://zie.pg.edu.pl/ekonomiczny-universytet-dzieciecy> [dostęp 08.11.2020].

Prowadzony jest przez Fundację Promocji i Akredytacji Kierunków Ekonomicznych we współpracy z lokalnymi partnerami:



- w Warszawie – przy Szkole Głównej Handlowej;
- w Katowicach – przy Uniwersytecie Ekonomicznym;
- w Białymstoku – przy Uniwersytecie;
- w Poznaniu – przy Uniwersytecie Ekonomicznym;
- we Wrocławiu – przy Uniwersytecie Ekonomicznym;
- w Szczecinie – przy Uniwersytecie Szczecińskim;
- w Gdańsku/Sopocie – przy Uniwersytecie Gdańskim;
- w Kielcach – przy Wyższej Szkole Ekonomii, Prawa i Nauk Medycznych.

Uniwersytet działa w systemie semestralnym. Każdy semestr obejmuje sześć spotkań trwających po dwie godziny lekcyjne. Problematyka zajęć koncentruje się wokół zagadnień z zakresu zarządzania, ekonomii, marketingu, historii gospodarczej, psychologii i etyki biznesu. Organizatorzy starają się, aby przekazywana wiedza była dostosowana do wieku odbiorców – dzieci – a język przekazu był dla nich zrozumiały. Przystępność treści jest wzmacniana przez różnego typu wizualizacje multimedialne. Spotkania mają charakter interaktywny – są połączeniem wykładu, dyskusji, prac warsztatowych i publicznej prezentacji ich wyników. Częstym punktem zajęć na EUD są quizy, turnieje, symulacje, prace plastyczne. Podczas warsztatów mali studenci wcielają się w rozmaite role: kierowników zespołów, negocjatorów, inwestorów giełdowych czy specjalistów ds. marketingu, ucząc się przy tym pracy w grupie, samodzielnego myślenia i planowania.

Zajęcia prowadzone są przez nauczycieli akademickich partnerskich uczelni oraz ekspertów Fundacji. W realizacji zajęć warsztatowych pomagają wolontariusze, w tym studenci kierunków ekonomicznych oraz psychologii, pełniąc role opiekunów grup. Na zakończenie każdego spotkania studenci otrzymują wpisy do indeksu, będące poświadczeniem ich obecności na zajęciach. Każdy student, który obecny jest na minimum 4 z 6 spotkań w danym semestrze, otrzymuje dyplom, osoby uczestniczące we wszystkich spotkaniach – dyplom

z wyróżnieniem. Dodatkowo dla chętnych przewidziano test z zakresu zrealizowanych zajęć semestralnych. Zajęcia EUD mają pomóc w wychowaniu ekonomicznym dzieci oraz kształtowaniu u najmłodszych postaw i zachowań służących rozwijaniu przedsiębiorczości.

Szkoła Edukacji

Projekt oferujący nauczycielom wiedzę i praktyczne narzędzia do pracy z uczniami.

Jak czytamy na stronie internetowej projektu: <https://szkolaedukacji.pl/o-nas/> [dostęp 09.11.2020] Szkoła Edukacji jest miejscem, w którym przyszłym, początkującym i doświadczonym nauczycielom pokazuje się, jak uczyć i wychowywać w każdym działaniu. Szkoła buduje wspólnotę skutecznych i zaangażowanych pedagogów, daje im praktyczną wiedzę i sprawdzone narzędzia oraz tworzy przestrzeń do rozmowy o tym, czym jest dobra edukacja.

Szkoła Edukacji powstała w 2015 roku na mocy porozumienia zawartego pomiędzy Polsko-Amerykańską Fundacją Wolności i Uniwersytetem Warszawskim. Działania szkoły mają charakter niekomercyjny – są nastawione na poprawę jakości edukacji w Polsce.

Szkoła Edukacji prowadzi codzienne, bezpłatne studia podyplomowe dla nauczycieli języka polskiego, historii i WOS, biologii oraz matematyki. Dzięki wsparciu Polsko-Amerykańskiej Fundacji Wolności uczą się w niej osoby z całej Polski, a studenci otrzymują wysokie stypendium i darmowy akademik w Warszawie. Szkoła prowadzi całoroczne kursy dla nauczycieli i warsztaty psychologiczno-dydaktyczne dla rad pedagogicznych. Organizuje także bezpłatne, otwarte seminaria lekturowe i nowohumanistyczne dla nauczycieli, którzy poszukują nowych rozwiązań i edukacyjnych inspiracji. W związku z tym studenci Szkoły Edukacji uczą się i od razu sprawdzają wiedzę podczas codziennych praktyk w szkołach. Szkoła pomaga przygotować się na konkretne wyzwania wychowawcze i dydaktyczne. W szkole sprawdzane są także w działaniu innowacyjne rozwiązania z najlepszych ośrodków edukacyjnych na świecie i przekładane na język konkretnego szkolnego przedmiotu.

Projekty dofinansowane przez mFundację

Matematyczne śledztwo – projekt realizowany w Szkole Podstawowej nr 98 im. Piastów Wrocławskich we Wrocławiu. W ramach projektu szkoła zapraszała uczniów klas IV–VI do udziału w grze detektywistycznej, podczas której dzieci rozwiązywały zadania matematyczne i zagadki logiczne. Uczniowie przemieszczali się grupami pomiędzy 12 stanowiskami, przy których rozwiązywali zadania o różnym stopniu trudności. Zwyciężała ta grupa, która najszybciej rozwiązała główną zagadkę spotkania. Uczestnicy gry brali też udział w warsztacie gier matematycznych.

Matematyczne inspiracje – projekt realizowany przez Stowarzyszenie „Ocalić Szansę”. Skierowany był do grupy 25 dzieci w wieku 6–17 lat. Zakładał przeprowadzenie cyklu warsztatów edukacyjnych dotyczących podstawowej wiedzy matematycznej, zajęć wyrównawczych oraz gry terenowej. Celem działań było przełamanie niechęci dzieci

do nauki i podniesienie poziomu wiedzy matematycznej. W ramach projektu zorganizowane zostały zajęcia kulinarne (posługiwanie się jednostkami miary), zajęcia konstruowania przestrzennego (budowanie brył, obliczanie powierzchni), a także zajęcia plastyczne (proporcje, skala).

Dodatkowo przeprowadzone zostały zajęcia wyrównujące zaległości dla dzieci w trzech grupach wiekowych. Podczas nauki matematyki prowadzący zajęcia korzystali z gier, zabaw i programów komputerowych ułatwiających przyswajanie materiału. Zakończeniem projektu była gra terenowa *Matematyczny bieg z krasnalami*, w ramach której dzieci podsumowały i sprawdziły swoją wiedzę, rozwiązując zadania i zagadki matematyczne.

Każdego w życiu spotyka królowa nauk – matematyka

Projekt realizowany przez Szkołę Podstawową im. Trzech Braci w Hażlachu. W ramach projektu podjęto działania takie jak:

- tworzenie przez klasę VI A matematycznych gier planszowych, a przez klasę VI B – matematycznych domin, które zaprezentowano na III Wieczorze Gier;
- jesienny piknik matematyczny z wykorzystaniem *Kart Grabowskiego* – rodzinny konkurs z nagrodami dla drużyn składających się z ucznia i rodzica;
- zorganizowanie pokoju zagadek Escape Room podczas III Wieczoru Gier. Rozwiązanie kolejnych matematycznych zagadek umożliwiło znalezienie klucza i wyjście z pokoju;
- zaprojektowanie przez uczniów klasy V dywanów z nasion, przedstawiających figury geometryczne;
- tworzenie przez uczniów klas VI inscenizacji na temat przygotowanej gry i domina oraz zaprezentowanie ich na forum klasy;
- zamieszczenie quizów na portalu quizizz.com oraz kahoot.it, w których uczniowie wcielają się w rolę nauczyciela.

2.4. Realizacja treści ponadprogramowych

Kształtowaniu kompetencji kluczowych ucznia sprzyja nie tylko właściwa realizacja podstawy programowej kształcenia ogólnego matematyki, ale także wprowadzanie elementów, które wykraczają poza podstawę programową. Na lekcjach matematyki proponuje się wdrażanie niżej wymienionych treści ponadprogramowych, w ramach których uczeń:

- oblicza potęgi wyższe niż kwadraty i sześciany liczb naturalnych;
- oblicza potęgi o wykładnikach niedodatnich;
- odkrywa, kiedy liczba ma skończone rozwinięcie dziesiętne, na podstawie rozkładu liczby na czynniki pierwsze;
- poznaje wzory skróconego mnożenia i stosuje je do obliczeń, np. 49×51 ;
- rozkłada na czynniki wyrażenia algebraiczne za pomocą wzorów skróconego mnożenia;
- przeprowadza dowody w algebrze i geometrii na wyższym stopniu trudności;

- rozwiązuje i nazywa równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą sprzeczne i tożsamościowe;
- rozpoznaje kąty naprzemianległe i odpowiadające;
- wykonuje działania na miarach kątów w stopniach i minutach;
- stosuje wzory na długość wycinka i pole koła;
- poznaje i oblicza średnią ważoną i geometryczną liczb;
- rozwiązuje proste układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- oblicza pola powierzchni całkowitej oraz objętości brył obrotowych: walca, kuli, stożka;
- stosuje intuicyjne pojęcie funkcji w przykładach z życia codziennego.

Podczas lekcji matematyki kompetencje kluczowe ucznia mogą być kształtowane w formie:

- obserwacji i wyjaśniania zjawisk przyrodniczych;
- stosowania metod algebraicznych w geometrii oraz interpretacji geometrycznej w algebrze;
- używania programów komputerowych wspierających proces uczenia się;
- wykonywania samodzielnych doświadczeń;
- dowodzenia twierdzeń matematycznych, szczególnie twierdzeń geometrycznych.

Wdrażaniu treści ponadprogramowych mogą posłużyć:

Metoda eksperymentu

Metoda umożliwia prowadzenie na lekcji obserwacji i eksperymentów, w wyniku czego mogą być realizowane następujące cele:

- 1) Poznawcze – budzenie zainteresowań naukowych, zapoznanie z metodami i formami pracy badawczej, nauka samodzielnego myślenia i wyciągania wniosków.
- 2) Kształcące – wyrabianie umiejętności prowadzenia dyskusji, przedstawiania swoich racji popartych własnymi doświadczeniami, korzystanie z różnej dokumentacji zapisu wniosków z doświadczeń lub eksperymentów, rozwiązywanie problemów, samodzielne uczenie się.
- 3) Wychowawcze – wyrabianie wytrwałości w dążeniu do celu, nawiązanie przyjaźni między uczestnikami ćwiczeń opartej na wspólnych zainteresowaniach i dążeniach, utrwalanie pozytywnych cech charakteru, kształcenie systematyczności, pracowitości, dokładności, stwarzanie okazji do lepszego poznania siebie.

W pracy metodą eksperymentu uczniowie kształtują kompetencje kluczowe i zostają lepiej przygotowani do startu na kolejnych etapach nauczania. Poprzez eksperymentowanie nabywają umiejętności właściwej organizacji pracy, przydatnej w późniejszej pracy zawodowej.

Metoda eksperymentu bazuje na zadaniach doświadczalnych. Są to zadania, których sformułowanie i rozwiązanie jest ściśle związane z różnego rodzaju pomiarami, obserwacją procesów i ich wyjaśnianiem, a także planowaniem czynności w celu wywołania danego zjawiska.

Zadania doświadczalne dzielą się na:

- 1) Ilościowe – przy ich rozwiązywaniu najpierw dokonuje się niezbędnych pomiarów, a następnie, wykorzystując otrzymane dane, za pomocą formuł matematycznych oblicza się odpowiednie wielkości i formułuje wnioski końcowe.
- 2) Jakościowe – niezawierające danych liczbowych i obliczeń matematycznych.

Wyróżnia się następujące sposoby przeprowadzania doświadczeń i eksperymentów uczniowskich:

- 1) Nauczyciel wykonuje eksperyment samodzielnie.
- 2) Nauczyciel wykonuje eksperyment wspólnie z uczniami, którzy mu asystują.
- 3) Uczniowie sami przeprowadzają doświadczenia w domu.
- 4) Uczniowie przeprowadzają doświadczenia w grupach podczas lekcji.
- 5) Uczniowie przeprowadzają doświadczenia samodzielnie.

Stosując na lekcjach obserwacje i eksperymenty, nauczyciel wykorzystuje metodę naukową, która polega na znalezieniu sposobu badawczego dotarcia i sformułowania prawdziwego opisu zjawiska. Podczas przeprowadzania badań metodą naukową nauczyciel powinien pamiętać, aby w kolejnych wariantach danego eksperymentu zmieniać tylko po jednym parametrze, pozostałe – zachowywać niezmiennie.

Na etapy przeprowadzania eksperymentu metodą naukową składają się:

- 1) Sformułowanie problemu badawczego.
- 2) Postawienie hipotezy.
- 3) Określenie warunków eksperymentu.
- 4) Określenie próby badawczej.
- 5) Określenie próby kontrolnej.
- 6) Dokumentowanie wyników eksperymentu, np. na wykresach, diagramach.
- 7) Analiza wyników.
- 8) Wnioskowanie i weryfikacja hipotezy.

Przykłady zagadnień, w których można wykorzystać metodę eksperymentu:

- 1) Ile jest trójkątów prostokątnych, których boki są kolejnymi liczbami parzystymi?
- 2) Na podstawie rozkładu liczby na czynniki pierwsze określ, kiedy liczba ma skończone, a kiedy nieskończone, ale okresowe rozwinięcie dziesiętne.
- 3) Poznajemy tajemnice tangramu.
- 4) Wykonujemy doświadczenie Buffona.
- 5) Wykonujemy miniatury matematyczne.
- 6) Rozwiązywanie równań diofantycznych.

W trakcie pracy metodą eksperymentu nauczyciel wykorzystuje różnorodne środki dydaktyczne, m.in. przyrządy do mierzenia długości, przybory do nauki o zbiorach i okręgach,

wagę dydaktyczną, zestawy do budowy brył przestrzennych i szkieletów brył, zestawy do nauki ułamków dziesiętnych, zwykłych i niewłaściwych, plansze matematyczne, przyrządy tablicowe magnetyczne, tablety do pracy online, programy komputerowe, tangramy, gry dydaktyczne itp.

Poprzez wyrabianie nawyku obserwacji, eksperymentowania, samodzielnego poszukiwania i zdobywania informacji uczeń ma możliwość poszerzania zakresu umiejętności. Dzięki realizowaniu treści wykraczających poza program kształtuje umiejętność dostrzegania prawidłowości matematycznych w otaczającym go świecie.

Klasa autorska z rozszerzonym programem nauczania matematyki

Podstawę funkcjonowania klasy autorskiej stanowi autorski program nauczania matematyki, opracowany przez nauczyciela dla swojej klasy i wprowadzający do praktyki szkolnej nowe treści programowe, nowe cele, metody, formy i środki pracy dydaktycznej, czy też sposoby działania nauczyciela i uczniów podnoszące skuteczność edukacji. W klasie autorskiej wdraża się również innowacyjne koncepcje organizacyjno-programowe.

Do głównych cech klasy autorskiej zalicza się:

- sprofilowanie programu nauczania matematyki pod kątem zainteresowań klasy oraz poszerzenia wiadomości i umiejętności matematycznych;
- wprowadzenie funkcji asystenta nauczyciela matematyki;
- atrakcyjną formę zajęć, która mobilizuje uczniów do pracy;
- pomoc nauczyciela przy podejmowaniu decyzji w drodze dialogu;
- przewagę inicjatywy i aktywności uczniów nad metodami podającymi;
- ścisłą współpracę nauczycieli, uczniów i rodziców;
- wprowadzenie w ramach godzin do dyspozycji dyrektora szkoły dodatkowego przedmiotu, sprzyjającego nabywaniu kompetencji kluczowych;
- współpracę uczniów poprzez motywowanie ich do nauki.

Funkcje klasy autorskiej określił Julian Piotr Sawiński:

- dydaktyczna – intensyfikacja działań edukacyjnych poprzez włączenie do ich realizacji innych nauczycieli, którzy będą wspomagać proces dydaktyczno-wychowawczy zgodnie z wybranym profilem klasy autorskiej;
- wychowawcza – prowadzenie ucznia do samodzielności i dorosłości oraz wdrażanie do samowychowania;
- opiekuńcza – przestrzeganie przed niebezpieczeństwem i złem;
- emancypacyjna – dążenie do uzyskania przez nauczyciela, uczniów i rodziców wolności samostanowienia i samorealizacji;
- prowokacyjna – pobudzanie aktywności innych podmiotów edukacji szkolnej i środowiska społecznego w celu pozyskania ich do działań na rzecz klasy (Sawiński, 1996).

Zadania klasy autorskiej określiła Danuta Nakoneczna, która zalicza do nich:

- stworzenie optymalnych warunków do pełnego rozwoju osobowości uczniów;
- stworzenie każdemu uczniowi szansy odnoszenia sukcesu;
- stworzenie norm wzajemnego współżycia i współdziałania;
- stosowanie oceny opisowej;
- rozluźnienie systemu klasowo-lekcyjnego poprzez skasowanie dzwonek i siedzenia w ławkach;
- uwzględnianie indywidualnych potrzeb rozwojowych i możliwości uczniów;
- wprowadzenie tradycji klasowej i specyficznego wystroju sali lekcyjnej;
- inspirowanie innych nauczycieli do podejmowania działań innowacyjnych (Nakoneczna, 1993).

Założenia programowo-organizacyjne oraz wychowawczo-dydaktyczne klasy autorskiej obejmują następujące elementy:

- program opracowany przez nauczyciela we współpracy z rodzicami, uczniami i innymi osobami;
- program sprofilowany, realizujący materiał zgodnie z zainteresowaniami i oczekiwaniami rodziców i uczniów danej klasy;
- wprowadzanie do realizacji nowych przedmiotów;
- model rodziny stanowiący podstawę systemu wychowawczego;
- eliminację ocen szkolnych.

Uczeń w klasie autorskiej jest czynnie zaangażowany w opracowanie autorskiego programu dydaktyczno-wychowawczego, jest odpowiedzialny za współtworzenie zajęć, indywidualnie zgłasza problemy i je rozwiązuje w toku działania ukierunkowanego na samodzielne myślenie, zadaje pytania nauczycielowi, stymuluje nauczyciela do poszukiwań w zakresie atrakcyjnych metod pracy i prowadzi prace badawcze na miarę swoich możliwości. Uczeń podejmuje również działania twórcze i praktyczne na rzecz klasy i szkoły. Nieodzownym elementem postawy ucznia jest wprowadzanie pożądaných zmian w otoczeniu i dotyczących własnej osoby oraz współodpowiedzialność za proponowane zmiany. Praca nauczyciela sprowadza się do tworzenia własnych koncepcji pedagogicznych, wdrażania ucznia do samokształcenia oraz prowokowania go do bycia otwartym na postęp naukowy i pedagogiczny.

Bardzo ważną rolę w klasie autorskiej pełni współpraca szkoły z domem rodzinnym ucznia, co może polegać m.in. na prowadzeniu lekcji matematyki przez rodziców będących ekspertami w dziedzinie nauk ścisłych, współorganizowaniu imprez promujących te nauki czy współudziale w wyjazdach i obozach naukowych.

Plan daltoński w nauczaniu matematyki w klasach IV–VIII szkoły podstawowej

Jest odpowiedzią na zróżnicowane potrzeby rozwojowe i edukacyjne uczniów, które wymagają zindywidualizowanego podejścia do procesu kształcenia w zakresie omawianych treści,

czasu, działań i sposobu ich realizacji. Proces kształcenia według planu daltońskiego zakłada realizację ściśle określonych zasad, takich jak:

- wolność – jako odpowiedzialność w zakresie wyboru zadań, czasu oraz formy pracy;
- samodzielność – jako odniesienie do procesu uczenia się – samodzielnego decydowania o sposobie uczenia się i samorozwoju;
- współpraca z nauczycielem, innymi uczniami, rodzicami.

Plan daltoński uczy samodzielności, odpowiedzialności i współpracy, stwarza okazję do wspierania uczniów w rozwoju, poszukiwaniu nowych rozwiązań oraz sprzyja skuteczności uczenia się.

Plan można wykorzystać w klasie VIII w celu powtórzenia i utrwalenia wiadomości przed egzaminem ósmoklasisty.

Przykład

Instrukcja dla ucznia dotycząca powtórzenia wiadomości lub przygotowania do egzaminu ósmoklasisty

Drogi Uczniu!

Chciałbym, abyś w ciągu najbliższych dwóch tygodni powtórzył i uzupełnił wiadomości dotyczące pierwiastków. Po upływie tego czasu powinieneś umieć:

- obliczać wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych;
- szacować wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki;
- porównywać wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajdować liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, na przykład znajdować liczbę całkowitą a taką, że: $a \leq \sqrt{137} < a + 1$;
- obliczać pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłączać liczbę przed znak pierwiastka i włączać liczbę pod znak pierwiastka;
- mnożyć i dzielić pierwiastki tego samego stopnia.

Zasady pracy:

- rozwiąż krok po kroku zadania związane z tematem pierwiastków;
- pracę wykonaj w domu, w najbardziej dogodnym dla ciebie czasie;
- wykorzystaj różne dostępne źródła wiedzy;
- pracę wykonaj indywidualnie lub we współpracy z innymi;
- przygotuj się do prezentacji swoich rozwiązań;
- rozwiązania zostaną omówione podczas lekcji powtórzeniowych.

Umiejętność właściwego planowania dotyczącego utrwalenia wiadomości lub przygotowania do egzaminu ósmoklasisty jest związana ze swobodą decydowania przez uczniów o ich własnym rozwoju. Całościowe rozplanowanie powtórzenia umiejętności określonych w podstawie programowej matematyki dostarczy uczniowi informacji na temat własnych umiejętności i stopnia opanowania wiedzy programowej, ale też zapewni możliwość poszukiwania nowych, twórczych rozwiązań.

Jeżeli nauczyciel wdroży plan daltoński na lekcjach matematyki, wówczas powinien kierować się podstawowymi założeniami tego planu, opracowanymi przez założycieli Fundacji Dalton International Roela Röhnera i Hansa Wenke, do których należą poniższe zasady:

- 1) Nauczyciel nie powinien robić tego, co uczeń może zrobić sam.
- 2) Im więcej nauczyciele nauczają, tym mniej uczeń się uczy.
- 3) Uczniowie mogą o wiele więcej, niż nam się wydaje.
- 4) Nie rób tego, co mogą zrobić uczniowie!

Anna Sowińska, założycielka pierwszej certyfikowanej daltońskiej szkoły podstawowej w Polsce, uważa, że: „stworzyła Szkołę Marzeń z bardzo dobrymi wynikami i cieszącą się uznaniem w środowisku miejskim. Szkołę, do której dzieci przychodzą z radością, a nauczyciele sami wymyślają kolejne działania. Szkołę, do której rodzice, aby znaleźć w niej miejsce dla swoich dzieci, zapisywali się z ponad rocznym wyprzedzeniem”: <https://www.plandaltonski.pl/49-plan-daltoski/plan-daltonski-w-polsce-anna-sowinska/> [dostęp 08.11.2020].

2.5. Profil kompetencyjny ucznia

Nabywanie kompetencji kluczowych jest ściśle powiązane z właściwym skonstruowaniem profilu kompetencyjnego ucznia.

Uczeń na II etapie edukacyjnym w zakresie wiedzy, umiejętności i postaw w ramach nabytych kompetencji:

- korzysta z prostych narzędzi matematycznych w różnych sytuacjach;
- prowadzi proste pomiary, obserwacje i doświadczenia dotyczące obiektów, zjawisk i procesów w przyrodzie oraz technice;
- odpowiednio dobiera narzędzia i materiały oraz posługuje się nimi;
- wykonuje proste działania pamięciowe na liczbach naturalnych, całkowitych i ułamkach;
- stosuje algorytmy działań pisemnych oraz potrafi wykorzystać te umiejętności w sytuacjach praktycznych;
- interpretuje i przetwarza informacje tekstowe, liczbowe oraz graficzne;
- rozumie i interpretuje wybrane pojęcia matematyczne; używa podstawowej terminologii; formułuje odpowiedzi i prawidłowo zapisuje wyniki;

- dobiera odpowiedni model matematyczny do prostej sytuacji; stosuje poznane wzory i zależności; przetwarza tekst zadania na działania arytmetyczne i proste równania;
- prowadzi proste rozumowanie składające się z niewielkiej liczby kroków;
- ustala kolejność czynności prowadzących do rozwiązania problemu; potrafi wyciągnąć wnioski z kilku informacji podanych w różnej postaci;
- stawia pytania dotyczące zjawisk zachodzących w przyrodzie; prezentuje postawę badawczą w poznawaniu prawidłowości świata przyrody;
- przewiduje przebieg niektórych zjawisk i procesów przyrodniczych oraz wyjaśnia proste zależności między nimi; przeprowadza obserwacje, doświadczenia i eksperymenty według instrukcji; rejestruje ich wyniki w różnej formie i objaśnia je, używając prawidłowej terminologii;
- korzysta z różnych źródeł informacji: własnych obserwacji, badań, doświadczeń, tekstów, map, tabel, fotografii, filmów;
- wykonuje pomiary i korzysta z instrukcji: słownej, tekstowej i graficznej; prezentuje wyniki obserwacji i doświadczeń;
- stosuje technologie informacyjno-komunikacyjne.

Uczeń ponadto:

- korzysta z niezbyt złożonych narzędzi matematycznych;
- prowadzi niezbyt złożone pomiary, obserwacje, doświadczenia i eksperymenty dotyczące obiektów, zjawisk i procesów w przyrodzie oraz technice;
- posługuje się nietypowymi narzędziami i materiałami w sposób zgodny z ich przeznaczeniem i zasadami użytkowania;
- interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym i naukowym;
- używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników;
- używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych;
- dobiera model matematyczny do prostej sytuacji;
- tworzy strategie rozwiązania problemu;
- prowadzi proste rozumowania i podaje argumenty uzasadniające ich poprawność;
- planuje, przeprowadza i dokumentuje obserwacje oraz proste doświadczenia;
- określa warunki doświadczenia, formułuje wnioski;
- wykorzystuje różnorodne źródła i metody pozyskiwania informacji, w tym technologie informacyjno-komunikacyjne;
- odczytuje, analizuje i interpretuje informacje tekstowe, graficzne oraz liczbowe, a następnie przetwarza je;
- interpretuje informacje; znajduje i wyjaśnia zależności przyczynowo-skutkowe między faktami;
- dokonuje obserwacji i pomiarów w terenie;

- korzysta z planów, map, fotografii, rysunków, wykresów, danych statystycznych, tekstów źródłowych oraz technologii informacyjno-komunikacyjnych w celu gromadzenia, analizowania, przetwarzania i prezentowania informacji geograficznych;
- posługuje się podstawowym słownictwem geograficznym, biologicznym, fizycznym i chemicznym, opisując i wyjaśniając zjawiska oraz procesy zachodzące w środowisku;
- identyfikuje związki i zależności w środowisku przyrodniczym, gospodarce i życiu społecznym;
- jest gotowy działać na rzecz ochrony przyrody i dorobku kulturowego społeczności;
- jest gotowy wykorzystywać wiedzę i umiejętności w sytuacjach praktycznych i naukowych;
- włącza się aktywnie w swój proces uczenia się;
- przejawia postawy sprzyjające dalszemu rozwojowi indywidualnemu i społecznemu, takie jak: uczciwość, odpowiedzialność, wytrwałość, poczucie własnej wartości, szacunek dla innych ludzi, ciekawość poznawcza, kreatywność, przedsiębiorczość, kultura osobista, gotowość do uczestnictwa w inicjatywach kulturalnych i naukowych oraz do pracy zespołowej;
- refleksyjnie zbiera, utrwała i analizuje dane matematyczno-przyrodnicze;
- poszerza swoje zainteresowania matematyczno-przyrodnicze;
- współpracuje w grupie i prezentuje podejście prospołeczne;
- dokonuje konstruktywnej oceny swoich działań w obszarze kompetencji matematyczno-przyrodniczych i bierze odpowiedzialność za ich skutki.

Uczeń kończący szkołę podstawową powinien zostać wyposażony w wymienione umiejętności i postawy. Realizacji tego celu mają służyć metody aktywizujące, lekcje i zajęcia pozalekcyjne prowadzone w formie warsztatów, a także prace domowe z wykorzystaniem komputera.

Dla uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnym – trudnościami w uczeniu się czy szczególnie uzdolnionych matematycznie – można zorganizować dodatkowe zajęcia zwiększające ich szanse edukacyjne.

Istotną rolę w kształceniu powinny odgrywać projekty matematyczne, obozy z udziałem ekspertów, całoroczne koła matematyczne, a nawet kącik czy gazetka matematyczna. Wszystko to w celu zapewnienia każdemu uczniowi równych szans edukacyjnych oraz umożliwienia wszechstronnego rozwoju odpowiadającego indywidualnym potrzebom i możliwościom. Realizacja tego celu wymaga jednak odpowiedniego planowania działań oraz wyznaczania priorytetów rozwojowych.

3. Wspomaganie rozwoju myślenia matematycznego

Wiek XXI to czas ogromnego postępu technologicznego, dlatego uznaje się, że na ogólny zarys wiedzy, postaw i umiejętności człowieka powinny składać się:

- 1) Krytyczne myślenie w rozwiązywaniu problemów.
- 2) Argumentacja, analiza, interpretacja, synteza informacji.
- 3) Umiejętności i praktyki badawcze.
- 4) Kreatywność, artyzm, ciekawość, wyobraźnia, innowacja, osobista ekspresja.
- 5) Wytrwałość, planowanie, samokierowanie, samodyscyplina, umiejętność dostosowania, inicjatywa.
- 6) Ustna i pisemna komunikacja, publiczne przemowy i prezentacje, słuchanie.
- 7) Przywództwo, praca zespołowa, współpraca, możliwość użycia przestrzeni wirtualnej.
- 8) Umiejętności związane z technologią informacyjną i komunikacyjną (ITC).
- 9) Analiza danych i programowanie komputerowe.
- 10) Wiedza o etyce, sprawiedliwości społecznej, postawie obywatelskiej.
- 11) Biegłość w ekonomii i finansach, przedsiębiorczość.
- 12) Świadomość globalna.
- 13) Zdolności związane z naukami ścisłymi i ich metodami oraz argumentowania.

W celu optymalizacji kształcenia od nauczyciela matematyki wymaga się stosowania na II etapie edukacyjnym takich strategii nauczania, które posłużą nabywaniu tych kompetencji przez uczniów.

3.1. Strategie uczenia się

Wincenty Okoń zdefiniował cztery drogi, zwane też strategiami uczenia się (Okoń, 1987):

Strategia A – asocjacyjna, uczenie się przez przyswajanie

Czynności nauczyciela:

- przygotowanie uczniów do pracy poprzez zaznajomienie ich z celami i zadaniami lekcji;
- podanie uczniom nowego materiału;
- synteza przekazywanych uczniom wiadomości w celu ich zebrania i utrwalenia;
- kontrola stopnia opanowania przez uczniów wiadomości w celu wykrycia luk i oceny trwałości i operatywności wiedzy;
- zastosowanie wiedzy, wyznaczenie ćwiczeń i zadań.

Czynności ucznia:

- w wyniku pozytywnej motywacji zaznajamianie i przyswajanie nowych wiadomości;
- kojarzenie nowych wiadomości z już posiadanymi;
- usystematyzowanie i utrwalenie wiedzy;
- samokontrola i samoocena;
- likwidowanie luk i braków w wiadomościach i umiejętnościach;
- posługiwanie się nową wiedzą w celu zdobycia umiejętności.

Strategia P – problemowa, uczenie się przez odkrywanie**Czynności nauczyciela:**

- organizowanie sytuacji problemowej, formułowanie problemu, zwłaszcza wtedy, gdy uczniowie nie są w stanie sami tego uczynić;
- udzielanie uczniom niezbędnej pomocy w procesie wytwarzania hipotez i ich weryfikowania;
- kierowanie myśleniem i działaniem uczniów w fazie sprawdzania rozwiązań;
- kierowanie procesem systematyzowania i utrwalania wiedzy zdobytej przez uczniów w toku rozwiązywania problemów;
- organizowanie prac służących zastosowaniu wiedzy zdobytej przez uczniów.

Czynności ucznia:

- uświadomienie sobie określonej trudności o charakterze praktycznym lub teoretycznym;
- formułowanie problemu będącego zadaniem badawczym oraz gromadzenie niezbędnych wiadomości o przedmiocie badań;
- formułowanie i uzasadnianie hipotez jako podstawy przewidywań projektu rozwiązań;
- weryfikacja słuszności przewidywań na drodze eksperymentów, działań praktycznych i analiz porównawczych;
- formułowanie rozwiązań i wniosków końcowych oraz uporządkowanie i utrwalenie wiadomości, stosowanie wiedzy w rozwiązywaniu nowych problemów.

Strategia E – emocjonalna, uczenie się przez przeżywanie**Czynności nauczyciela:**

- nawiązanie i ukierunkowanie kontaktu z dziełem, eksponowanie dzieła;
- kierowanie myśleniem uczniów, dyskusją, uogólnianiem.

Czynności ucznia:

- zetknięcie z dziełem, wartością, emocjonalne przeżywanie określonych wartości i ich przyswajanie;
- analiza problemowa dzieła, dyskusja na temat jego podstawowych wartości;
- formułowanie wniosków praktycznych dotyczących postaw własnych.

Strategia O – operacyjna, uczenie się przez działanie

Czynności nauczyciela:

- uświadomienie celu i znaczenia działania;
- ustalenie reguł, zasad działania;
- pokaz wzorowo wykonanego działania wraz z jego objaśnieniem;
- kontrola, korekta i ocena działania.

Czynności ucznia:

- poznanie celu działania;
- powstanie pozytywnej motywacji;
- przypomnienie lub przyswojenie reguł, zasad działania;
- obserwacja wzoru działania;
- kształtowanie się w świadomości ucznia modelu działania;
- pierwsze próby działającego modelu – kontrolowanie i korygowanie;
- ćwiczenia w samodzielnym wykonywaniu działań.

3.2. Realizacja różnych strategii uczenia się

Dziecko twórcą przyszłości

Koncepcja zakładająca wszechstronny rozwój dziecka w ramach realizacji programu nauczania. Została przygotowana na bazie podstawy programowej matematyki, obowiązującej od roku szkolnego 2012/2013, jednak w wyniku reformy edukacji i wdrożenia ośmioletniego kształcenia na poziomie szkoły podstawowej dokonano jej modyfikacji i obecnie jest realizowana w klasach IV–VIII szkoły podstawowej.

W tworzeniu tej koncepcji zastosowano poniższe zasady:

- 1) Źródłem poznania świata matematyki są doświadczenia i sytuacje bliskie uczniowi.
- 2) Nauczyciel stwarza uczniowi warunki do rozwijania samodzielności i obowiązkowości.
- 3) Uczeń wykazuje umiejętność planowania, współdziałania oraz tworzy różnorodne rozwiązania.
- 4) W swojej pracy zarówno uczeń, jak i nauczyciel wykorzystują różne techniki i narzędzia pracy, które dają możliwość prezentowania własnych osiągnięć.
- 5) Każde dziecko jest uzdolnione, a zadaniem nauczyciela jest te uzdolnienia odkryć i rozwijać.

Realizacja programu nauczania „Dziecko twórcą przyszłości” wymaga zastosowania różnorodnych metod i form pracy z uczniem. Nie zawsze lekcja musi wyglądać tak, że uczeń siedzi w ławce, a nauczyciel jest osobą, która o wszystkim decyduje. Zadaniem nauczyciela jest zachęcanie uczniów do działania, stwarzanie sytuacji, które dają możliwość doświadczania wiedzy w praktyce.

Zgodnie z założeniem programu celem edukacji matematycznej jest samodzielne tworzenie przez ucznia strategii rozwiązywania problemów. Nauczyciel powinien tak zaplanować i przeprowadzić proces edukacyjny, aby dziecko odczuło potrzebę realizacji swoich zainteresowań.

Program ma też na celu ukazanie zależności pomiędzy różnymi dziedzinami nauki. Podkreśla ciągłość procesu edukacji oraz przygotowuje do kontynuowania nauki na dalszym etapie kształcenia, z uwzględnieniem czynnego udziału dziecka w zdobywaniu wiedzy matematycznej.

Zgodnie z programem wszystkie cele i zadania mogą przynieść efekty wówczas, gdy dziecko oprócz uczenia się będzie kształtowało takie kompetencje jak: myślenie, poszukiwanie, doskonalenie się, komunikowanie się, współpraca i działanie.

Nowoczesna edukacja w Edison Primary School

<https://www.szkoła-edison.pl/pl/edukacja/szkoła-xxi-wieku> [dostęp 08.11.2020].



Jednym z wiodących przykładów nowoczesnej edukacji jest Polsko-Angielska Szkoła Edison, która podąża za nowoczesnymi światowymi trendami, stawiając na niezależną i spersonalizowaną edukację. Szkoła mądrze korzysta z dobrodziejstw nowych technologii – jak czytamy na stronie internetowej, w procesie dydaktycznym stosuje aktywizujące metody nauczania, takie jak: metoda projektu, lekcje z iPadami, kody QR, lapbooki, odwrócona lekcja, Kahoot, Webquest itp. Uczniowie uczęszczający do tej placówki mogą skutecznie poznawać rzeczywistość poprzez obserwacje, doświadczenia i symulacje, żywe lekcje historii, warsztaty i lekcje muzealne, a także wywiady, debaty, spotkania z ciekawymi ludźmi, co powoduje, że łatwo opanowują wiedzę na określone tematy, zdobywaną poprzez aktywne wykorzystywanie wielu zmysłów i czynności.

W 2016 i 2017 roku Polsko-Angielska Szkoła Edison otrzymała tytuł „Szkoły Innowacyjności i Kreatywności” nadawany przez Fundację Wspierania Rozwoju Kreatywności, która jest partnerem Destination Imagination – największej na świecie organizacji edukacyjnej, zorientowanej na rozwój kreatywności i umiejętności XXI w.

Uczniowie Szkoły Edison to obywatele świata, uwrażliwieni na problemy globalne. Poprzez realizację dwóch programów nauczania – polskiej podstawy programowej oraz English National Curriculum – szkoła umożliwia uczniom wybór, w ramach którego mogą kontynuować edukację na kolejnym etapie w systemie polskim lub brytyjskim. Szkoła Edison jest jedną z dwustu międzynarodowych szkół na świecie należącą do Council of British International Schools (COBIS).

Szkoła Edison stanowi wsparcie dla uczniów poszukujących swojej drogi i ciekawych świata. W młodym człowieku stara się odnaleźć jego unikatowy potencjał i predyspozycje. Szkoła

sprawdza zdolności każdego ucznia, określa jego mocne strony, rozpoznaje style uczenia się. Każdy uczeń ma dostęp do szerokiego wachlarza zajęć fakultatywnych, rozwijających pasję i zainteresowania.

Maraton matematyczny Fundacji Matematyków Wrocławskich

<http://math.uni.wroc.pl/fmw/dla-uczni%C3%B3w/maraton-matematyczny/maraton-matematyczny> [dostęp 08.11.2020].

W maratonie matematycznym zawodnicy startują indywidualnie w 5 kategoriach:

- 1) Młodzicy – klasy IV–VI szkół podstawowych (wymagana wiedza z poziomu klas I–III SP).
- 2) Juniorzy – klasy VII–VIII szkół podstawowych i III klasy gimnazjum (wymagana wiedza w zakresie klasy VI SP).
- 3) Szkoły ponadgimnazjalne (wymagana wiedza na poziomie gimnazjalnym).
- 4) Studenci i nauczyciele matematyki lub informatyki (wymagany poziom matury).
- 5) Dorośli amatorzy – osoby z wykształceniem innym niż matematyczne i informatyczne (wymagany poziom gimnazjalny).

Zadania są ciekawe i zróżnicowane. Liczy się nie tylko znajomość matematyki, ale pomyślność i wytrzymałość fizyczna. Co roku w maratonie startuje ponad 3000 zawodników. Eliminacje polegają na wypełnieniu karty zgłoszenia i rozwiązaniu testu kwalifikacyjnego w czasie 45 minut. W ciągu 15 minut od oddania testu zawodnik dowiaduje się, czy zakwalifikował się do finału – wywieszane są kartki z nazwiskami finalistów, wyniki publikowane są też w internecie. W eliminacjach można brać udział tylko raz. Finał rozgrywany jest w ustalonym dniu od godz. 10.00. Rundy zaczynają się o pełnych godzinach i trwają 40 minut, w każdej do rozwiązania jest inny rodzaj testu. Przed następną rundą ogłaszane są nazwiska odpadających zawodników. Mogą oni zgłosić reklamację i w razie jej uznania przywróceni są do gry. Zawody kończą się, gdy w danej kategorii w grze pozostanie jeden zawodnik. Zajmuje to zazwyczaj od 12 do 18 godzin. Maratony matematyczne organizowane są podczas Dolnośląskich Festiwali Nauki od 2001 roku.

Klasowy maraton matematyczny

Regulamin maratonu (możliwy do modyfikacji):

- 1) Do klasowego maratonu matematycznego mogą przystępować uczniowie klas IV–VIII szkół podstawowych.
- 2) Klasowy maraton matematyczny trwa od października do czerwca w każdym roku szkolnym.
- 3) Do maratonu można przystąpić w dowolnym momencie i robić dowolnie długie przerwy.
- 4) Pierwszego dnia miesiąca publikowane są 4 zadania, do których rozwiązania wystarcza wiedza z matematyki na poziomie szkoły podstawowej.

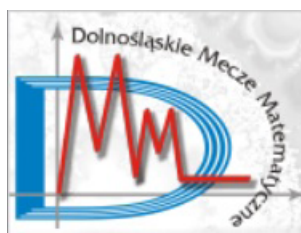
- 5) Rozwiązania dowolnej liczby bieżących zadań należy przekazywać nauczycielowi matematyki do końca danego miesiąca.
- 6) Rozwiązania zadań oceniane są zero-jedynkowo. Dopuszczalne jest przyznawanie połówki punktu.
- 7) Do piątego dnia każdego miesiąca publikowane są odpowiedzi i wskazówki do rozwiązań zadań z ostatniej rundy ligi, a do dziesiątego dnia – wyniki uczestników i ich aktualny ranking ustalony na podstawie sumy punktów z poszczególnych miesięcy.
- 8) Na zakończenie każdej edycji najlepsi zawodnicy oraz autorzy wyjątkowo ciekawych rozwiązań w poszczególnych miesiącach otrzymują np. ocenę celującą z matematyki.

Przykładowe zadania:

- 1) Na ile sposobów można uporządkować liczby naturalne od 1 do 100, tak aby dokładnie 97 z nich znajdowało się na miejscu odpowiadającym tej liczbie?
- 2) Dwa pola pszenicy, jedno czterokrotnie większe od drugiego, są koszone przez pewną liczbę kombajnów zbożowych. Większe pole wszystkie kombajny koszą półtora dnia, następnie połowa z nich zaczyna kosić mniejsze pole, a pozostała połowa kombajnów nadal kosi duże pole. Na koniec drugiego dnia większe pole jest skoszone, a mniejsze musi być koszone jeszcze przez 3 kombajny przez jeden dzień. Ile kombajnów brało udział w koszeniu pierwszego dnia?
- 3) Jaka jest największa możliwa wartość największego wspólnego dzielnika trzech różnych liczb całkowitych dodatnich, których suma wynosi 2015?

Dolnośląskie Mecze Matematyczne

<http://www.fmw.uni.wroc.pl/?q=dla-uczni%C3%B3w/mecze-matematyczne/dolno%C5%9Bl%C4%85skie-mecze-matematyczne> [dostęp 08.11.2020].



Dolnośląskie Mecze Matematyczne, odbywające się od roku 2001, od początku są dofinansowywane z budżetu Gminy Wrocław oraz Samorządu Województwa Dolnośląskiego. Jak czytamy na stronie internetowej DMM, mecze są nie tylko ciekawym konkursem, ale również niezwykłą okazją do uczenia się matematyki, rozwijania umiejętności argumentowania, prezentowania rozwiązań, uważnego śledzenia rozumowań i znajdowania w nim luk i błędów. Uczą też współpracy w grupie.

Zadania meczowe są ciekawe, odmienne od standardowych zadań podręcznikowych i egzaminacyjnych. Mają zróżnicowany stopień trudności, co pozwala na stosowanie różnych strategii rozgrywki. Uczniowie bardzo lubią taką formę konkursów, chętnie się w nie angażują i przygotowują do rozgrywek podczas kółek matematycznych. Już po kilku meczach nabierają dużej dojrzałości w prowadzeniu rozumowań matematycznych, co prezentują także na lekcjach.

Mecze i towarzyszące im obozy są niezwykle okazją do poznania rówieśników o podobnych zainteresowaniach i nawiązania przyjaźni, które często kontynuowane są na następnym etapie edukacji i na studiach. Wielu uczestników meczów po ukończeniu szkoły zgłasza się na ochotnika do obsługi kolejnych edycji.

Każdą edycję DMM otwiera trzydniowe seminarium dla nauczycieli będących opiekunami reprezentacji szkół. Podczas seminariów odbywają się symulacje meczów, dyskutowany jest regulamin i standardy oceniania zadań, rozdawane są zadania eliminacyjne. Nauczyciele mają okazję poznać opiekunów szkół przeciwnych i wspólnie z nimi pracować. Seminaria są połączone z konferencjami metodycznymi na określony temat, podczas których prowadzone są wykłady, warsztaty, zwiady terenowe i wycieczki. Co istotne, dla szkół międzynarodowych zadania meczowe przygotowywane są w języku angielskim.

Międzyszkolne Kółka Matematyczne

<http://fmw.uni.wroc.pl/dla-uczni%C3%B3w/k%C3%B3%C5%82ka-matematyczne/mi%C4%99dzyszkolne-k%C3%B3%C5%82ka-matematyczne> [dostęp 08.11.2020].

Fundacja Matematyków Wrocławskich we współpracy z Instytutem Matematycznym Uniwersytetu Wrocławskiego prowadzi międzyszkolne kółka matematyczne (MKM) dla uczniów utalentowanych matematycznie: Kółka Olimpijskie Juniorów (SP, klasy VII–VIII), Kółka Olimpijskie Licealne oraz Matematykę dla Myślących w kategorii młodzików (SP, klasy III–V), juniorów (SP, klasy VI–VIII) i seniorów (szkoły średnie). Organizatorzy proponują także inne kółka dla klas VII–VIII szkoły podstawowej:

Klub Shogi – na zajęciach w grupach dla początkujących i zaawansowanych rozwija umiejętności gry w japońskie szachy. Uczestnicy mogą brać udział w rozgrywkach Wrocławskiej Ligi Shogi oraz w Mistrzostwach Polski w Shogi.

Kółko Lingwistyki Matematycznej – przygotowuje w osobnych grupach uczniów klas VII–VIII SP do udziału w konkursie „Wieża Babel” oraz licealistów – do Olimpiady Lingwistyki Matematycznej.

Kółko Geometrii Elementarnej – przygotowuje uczniów klas VII–VIII SP i licealistów do konkursów i olimpiad w zakresie zadań z geometrii syntetycznej, w szczególności do Mistrzostw Polski w Geometrii Elementarnej.

Ciekawa Matematyka – kółko dla uczniów klas VII–VIII SP i licealistów, prezentuje bardziej zaawansowane tematy, które dają szerszy ogląd matematyki, np. liczby zespolone, całki, liczby kardynalne itp.

Klub Matematycznego Origami – kółko, które proponuje nauczanie rozmaitych technik wykonywania modeli matematycznych płaskich i przestrzennych w technice origami, przygotowuje do konkursów origami, w tym Ogólnopolskiego Konkursu Matematycznego Origami „Żuraw”.

Uczestnicy kółek międzyszkolnych mogą brać udział we wszystkich konkursach, grach miejskich, wycieczkach i obozach matematycznych organizowanych przez Fundację Matematyków Wrocławskich. Pierwszeństwo udziału w tych imprezach mają dotychczasowi członkowie kółek.

Powyższe inicjatywy mają na celu rozwijanie umiejętności myślenia matematycznego, które pozwala na rozwiązywanie wielu konkretnych problemów matematycznych. Ten rodzaj myślenia sprzyja szukaniu okazji, by samodzielnie wyprowadzać wzory, wizualizować, klasyfikować, liczyć, mierzyć, wyjaśniać oraz zadawać pytania. Wszystko to umożliwia spędzanie czasu na odkrywaniu świata matematyki, a z czasem prowadzi do głębszego rozumienia otaczającego świata.

Zadania do wyboru przez uczniów, w zależności od preferowanego stylu uczenia się

Aktywność ucznia na lekcji determinują treści nauczania, motywacja do nauki oraz właściwa postawa nauczyciela, w tym tworzenie przez niego niezbędnych warunków, a także wykorzystywanie różnych sprzyjających nauce okazji. Pasję badawczą ucznia stymuluje przede wszystkim adekwatne do poziomu jego umiejętności zadanie, wywołujące zaciekawienie, zaangażowanie i aktywność twórczą. W powstawaniu uczniowskich pomysłów rola nauczyciela polega więc na dbałości o różnorodność rozpatrywanych przypadków i wnikliwości obserwacji.

Inicjatywy, które mogą być podejmowane przez nauczyciela:

- 1) Nagram film na temat prostopadłościanów i sześcianów w otoczeniu.
- 2) Opracuję komiks dotyczący pola powierzchni i objętości graniastosłupa.
- 3) Stworzę plakat na temat dodawania i odejmowania ułamków o różnych mianownikach.
- 4) Przygotuję słownik pojęć dotyczący trójkątów i czworokątów.
- 5) Wykonam makietę mojego osiedla w określonej skali.
- 6) Napiszę opowiadanie o cechach podzielności liczb.
- 7) Opracuję grę, w której obliczę kwadraty i sześciany liczb naturalnych.
- 8) Przeprowadzę eksperyment zmian temperatury, w zależności od pory dnia.
- 9) Narysuję plan miasta, w którym wykorzystam proste równoległe i proste prostopadłe.
- 10) Opracuję w arkuszu kalkulacyjnym wykresy słupkowe i kołowe.
- 11) Ułożę zadania i łamigłówki do samodzielnego rozwiązania.
- 12) Napiszę algorytm obliczania pól figur płaskich.
- 13) Wykorzystam program GeoGebra do rysowania siatek graniastosłupów.

Przedstawione propozycje stanowią okazję do kształtowania umiejętności logicznego myślenia, dostrzegania prawidłowości, uzasadniania i wyciągania wniosków, a także rozwijania myślenia twórczego i wyobraźni przestrzennej. Nieodzownym elementem pracy muszą też

być starannie dobrane pomoce dydaktyczne, umożliwiające wprowadzanie pojęć matematycznych poprzez osobiste doświadczenie ucznia.

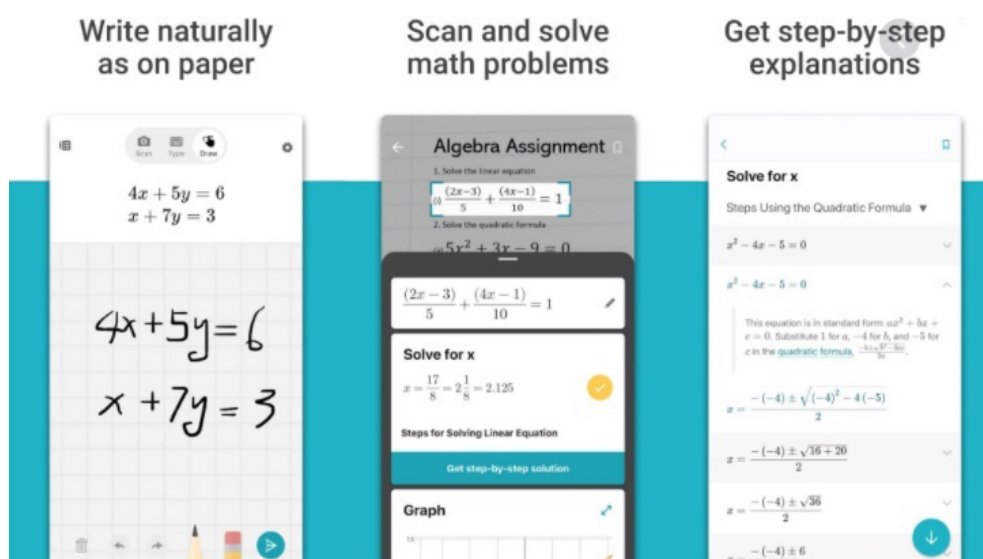
Aplikacja Microsoft Math Solver

Wykorzystanie aplikacji Microsoft Math Solver zapewnia uczniowi pomoc w rozwiązywaniu problemów matematycznych na poziomie szkoły podstawowej i ponadpodstawowej. Uczeń korzysta z zaawansowanej technologii matematycznej opartej na sztucznej inteligencji. Wystarczy na przykład, by zapisał zadanie na ekranie aplikacji bądź użył aparatu i zrobił zdjęcie zadania. Aplikacja natychmiast rozpozna problem i pomoże go rozwiązać, przedstawiając wyjaśnienia krok po kroku, prezentując interaktywne wykresy, rozwiązania podobnych problemów w sieci i na wykładach wideo.

Aplikacja pozwala w szczególności:

- 1) Pisać równanie matematyczne na ekranie tak samo jak na papierze.
- 2) Skanować wydrukowane lub ręcznie napisane zadania matematyczne.
- 3) Pisać i edytować przy użyciu zaawansowanego kalkulatora naukowego.
- 4) Otrzymywać interaktywne objaśnienia krok po kroku oraz wykresy.
- 5) Importować obrazy równań matematycznych z galerii.
- 6) Skanować i rozwiązywać arkusze z wieloma zadaniami.
- 7) Wyszukiwać w internecie podobne problemy i wykłady wideo.
- 8) Uzyskać pomoc w wielu językach.

Aplikacja wspiera rozwiązywanie problemów z zakresu elementarnej, wstępu do algebry, algebry, analizy itp. Microsoft Math Solver można pobrać bezpłatnie na telefony i tablety z systemem Android.



Źródło: <https://www.androidauthority.com/microsoft-math-solver-1064371/> [dostęp 09.11.2020]

Test inteligencji wielorakich

W celu określenia poziomu umiejętności matematycznych uczniów warto przeprowadzić test inteligencji wielorakich, który bada m.in. poziom inteligencji matematyczno-logicznej (zwanej też numeryczno-logiczną). Ten typ inteligencji jest przypisany ludziom zaciękawionym światem abstrakcji i precyzji logicznego myślenia.

Test badający poziom inteligencji powinien dotyczyć zagadnień takich jak:

- 1) Rozwiązywanie zagadek i problemów logicznych.
- 2) Liczenie w pamięci, szacowanie i mierzenie.
- 3) Wyszukiwanie połączeń pomiędzy zagadnieniami.
- 4) Zainteresowanie przedmiotami ścisłymi i technicznymi.
- 5) Umiejętność właściwego planowania czasu.
- 6) Przedstawianie precyzyjnych wyjaśnień.

Jeśli u ucznia dominuje inteligencja matematyczno-logiczna, wówczas uczeń:

- potrafi szeregować, wnioskować i klasyfikować zgodnie z jakąś zasadą lub cechą;
- jest dociekliwy;
- lubi porządek i precyzyjne instrukcje;
- dostrzega związki przyczynowo-skutkowe i myśli logicznie;
- zadaje wiele pytań dotyczących otaczającego świata;
- jest dociekliwy i kreatywnie rozwiązuje problemy;
- poznaje świat poprzez eksperymentowanie i doświadczanie;
- chętnie bawi się w gry logiczne i rozwiązuje zagadki;
- ma uzdolnienia matematyczne;
- jest konkretny;
- bada i zbiera informacje;
- lubi gry, łamigłówki i zagadki;
- potrafi rozwiązywać problemy.

Głównym założeniem teorii inteligencji wielorakich stworzonej przez Howarda Gardniera jest pogląd, że każdy człowiek posiada wszystkie rodzaje inteligencji, rozwinięte w różnym stopniu, które tworzą profil niepowtarzalny dla innych. Profile są dynamiczne i zmieniają się w trakcie rozwoju człowieka. Wszystkie inteligencje współpracują ze sobą w różnych konfiguracjach, można je rozwijać poprzez różnorodne ćwiczenia, są potencjałami, które da się aktywować, ponieważ zmieniają się w trakcie działania. Wszystkie inteligencje są równoprawne. Każda z nich charakteryzuje się własną specyfiką rozwoju, a przejawy poszczególnych inteligencji pojawiają się już na etapie dzieciństwa.

Umiejętności, które wykazują osoby o typie inteligencji matematyczno-logicznej, są niezwykle ważne w pracy przyszłych matematyków, bankowców, fizyków, chemików, lekarzy, inżynierów, ponieważ osoby takie:

- robią wszystko krok po kroku,
- dostrzegają strukturę przedmiotów i związki między różnymi rzeczami,
- radzą sobie w rozwiązywaniu problemów.

Taka wrażliwość oraz zdolność do dostrzegania wzorców logicznych lub liczbowych może uczynić dziecko prawdziwym naukowcem.

4. Realizacja celów kształcenia matematycznego

Celem nauczania matematyki jest wyrobienie w uczniach intuicji matematycznej właściwej danemu wiekowi. Jednym z zadań procesu kształcenia jest rozwinięcie uczniowskich umiejętności wnioskowania, zdolności analitycznych, myślenia strategicznego (planowania kolejnych kroków postępowania w celu rozwiązania problemu, dzielenia procesu rozwiązywania złożonego problemu na etapy) oraz umiejętności krytycznego spojrzenia na rozwiązanie zadania. Drugim głównym zadaniem tego procesu jest rozwinięcie umiejętności rachunkowej uczniów na poziomie umożliwiającym rozwiązywanie problemów z zakresu innych przedmiotów w klasach IV–VIII.

4.1. Kształcenie ogólne w szkole podstawowej

Cele kształcenia ogólnego

Do celów kształcenia ogólnego należą:

- 1) Wprowadzanie uczniów w świat wartości, w tym ofiarności, współpracy, solidarności, altruizmu, patriotyzmu i szacunku dla tradycji, wskazywanie wzorców postępowania i budowanie relacji społecznych, sprzyjających bezpiecznemu rozwojowi ucznia (rodzina, przyjaciele).
- 2) Wzmacnianie poczucia tożsamości indywidualnej, kulturowej, narodowej, regionalnej i etnicznej.
- 3) Formowanie u uczniów poczucia godności własnej osoby i szacunku dla godności innych osób.
- 4) Rozwijanie kompetencji takich jak kreatywność, innowacyjność i przedsiębiorczość.
- 5) Rozwijanie umiejętności krytycznego i logicznego myślenia, rozumowania, argumentowania i wnioskowania.
- 6) Ukazywanie wartości wiedzy jako podstawy do rozwoju umiejętności.
- 7) Rozbudzanie ciekawości poznawczej uczniów oraz motywacji do nauki.
- 8) Wyposażenie uczniów w taki zasób wiadomości oraz kształtowanie takich umiejętności, które pozwalają w sposób bardziej dojrzały i uporządkowany zrozumieć świat.

- 9) Wspieranie ucznia w rozpoznawaniu własnych predyspozycji i określaniu drogi dalszej edukacji.
- 10) Wszechstronny rozwój osobowy ucznia przez pogłębianie wiedzy oraz zaspokajanie i rozbudzanie jego naturalnej ciekawości poznawczej.
- 11) Kształtowanie postawy otwartej wobec świata i innych ludzi, aktywności w życiu społecznym oraz odpowiedzialności za zbiorowość.
- 12) Zachęcanie do zorganizowanego i świadomego samokształcenia opartego na umiejętności przygotowania własnego warsztatu pracy.
- 13) Ukierunkowanie ucznia ku wartościom.

Umiejętności rozwijane w ramach kształcenia ogólnego

Należą do nich:

- 1) Sprawne komunikowanie się w języku polskim oraz w językach obcych nowożytnych.
- 2) Sprawne wykorzystywanie narzędzi matematycznych w życiu codziennym oraz kształcenie myślenia matematycznego.
- 3) Poszukiwanie, porządkowanie, krytyczna analiza oraz wykorzystanie informacji z różnych źródeł.
- 4) Kreatywne rozwiązywanie problemów z różnych dziedzin, ze świadomym wykorzystaniem metod i narzędzi wywodzących się z informatyki, w tym programowania.
- 5) Rozwiązywanie problemów, również z wykorzystaniem technik mediacyjnych.
- 6) Praca w zespole i społeczna aktywność.
- 7) Aktywny udział w życiu kulturalnym szkoły, środowiska lokalnego oraz kraju.

Wymagania ogólne w zakresie kształcenia matematycznego

Podstawa programowa kształcenia ogólnego w zakresie nauczania matematyki na II etapie edukacyjnym określa cele kształcenia w postaci wymagań ogólnych, stanowiących podstawę do realizacji treści nauczania. Na wymagania te składają się:

I. Sprawność rachunkowa

- 1) Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie w działaniach trudniejszych oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.
- 2) Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji

- 1) Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.
- 2) Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.
- 3) Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji

- 1) Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.
- 2) Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

IV. Rozumowanie i argumentacja

- 1) Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.
- 2) Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.
- 3) Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

Działania umożliwiające realizowanie wymagań szczegółowych

Składają się na nie:

- 1) Właściwa aranżacja sali lekcyjnej: kolor ścian, ustawienie stolików i sprzętów zapewniające dobre komunikowanie się nauczyciela z uczniami i uczniów między sobą.
- 2) Wystrój sali, np. usytuowanie w odpowiednim miejscu plansz matematycznych.
- 3) Rozmieszczenie uczniów w klasie zapewniające współpracę, wzajemne poznawanie się, zapobiegające wykluczaniu z grupy.
- 4) Ustalone wspólnie z uczniami reguły pracy.
- 5) Dostosowane do klasy i indywidualnych preferencji ucznia metody pracy.
- 6) Twórcza postawa nauczyciela.
- 7) Przemyślany, motywujący i kształtujący system oceniania.

Przykład

Kontrakt z uczniem usprawniający pracę i określający zasady współdziałania takie jak:

- 1) Ocenianie jest procesem planowanym, systematycznym i jawnym.
- 2) Znam kryteria oceniania.
- 3) Przy ocenianiu nauczyciel uwzględnia możliwości intelektualne ucznia.
- 4) Jestem oceniany za różnorodne aktywności.
- 5) Za każdym razem otrzymuję informację zwrotną od nauczyciela.

4.2. Właściwe organizowanie procesów edukacyjnych

Na właściwe organizowanie procesów edukacyjnych składają się:

- 1) Wykorzystanie podstawy programowej.
- 2) Planowanie pracy nauczycieli.
- 3) Stosowanie metod pracy sprzyjających uczeniu się.

- 4) Motywowanie uczniów poprzez przekazywanie informacji o osiągniętym poziomie.
- 5) Monitorowanie postępów uczniów.
- 6) Organizowanie pracy zespołowej mającej na celu:
 - doskonalenie procesów edukacyjnych;
 - stosowanie różnych sposobów wspierania i motywowania uczniów;
 - analizowanie wyników uczniów i wdrażanie wniosków z monitorowania i analiz;
 - informowanie uczniów o postępach w nauce;
 - usprawnianie nauki i planowania indywidualnego procesu uczenia się.

Prowadzenie dokumentacji niezbędnej w pracy nauczyciela

Na dokumentację konieczną w pracy nauczyciela składają się:

- 1) Dokumentacja prawna związana ze stanowiskiem pracy oraz czynnościami zawodowymi: ustawy, rozporządzenia, obwieszczenia, raporty, instrukcje i inne dokumenty.
- 2) Dokumentacja szkolna, np. statut szkoły, arkusz organizacyjny, regulamin pracy, dziennik lekcyjny, dzienniki zajęć pozalekcyjnych, plan pracy zespołu samokształceniowego, program wychowawczo-profilaktyczny.
- 3) Dokumentacja planistyczno-organizacyjna, tworzona w wyniku zamysłu nauczyciela, do której należą: plany pracy dydaktycznej, rozkłady materiału nauczania, autorskie programy nauczania, konspekty (scenariusze) lekcji, wymagania edukacyjne i przedmiotowe ocenianie, terminarze zadań i wydarzeń wynikających z planu pracy szkoły i kalendarza szkolnego.

Podczas planowania pracy nauczycielskiej należy wziąć pod uwagę organizację roku szkolnego, czas potrzebny do zrealizowania treści, liczebność klas oraz potrzeby i możliwości uczniów.

Analiza aktów prawnych

Przed przystąpieniem do nauczania matematyki w danym oddziale klasowym niezbędna jest analiza aktów prawnych, takich jak:

- *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego...*, Dz.U. 2017, poz. 356;
- *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30 kwietnia 2007 r. w sprawie warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy w szkołach publicznych*, Dz.U. 2007, nr 83, poz. 562;
- *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 9 sierpnia 2017 r. w sprawie zasad organizacji i udzielania pomocy psychologiczno-pedagogicznej w publicznych przedszkolach, szkołach i placówkach*, t.j. Dz.U. 2020, poz. 1280.

Wspólna praca nauczycieli w zespole matematyczno-przyrodniczym

Współpraca nauczycieli może dotyczyć:

- 1) Korelowania treści nauczania.
- 2) Modyfikowania planów dydaktycznych.
- 3) Poszerzania współpracy z rodzicami.
- 4) Wprowadzenia zmian w zakresie pracy wychowawczej.
- 5) Opracowania autorskich programów nauczania matematyki.
- 6) Doboru właściwych środków dydaktycznych, w tym podręczników i zbiorów zadań.
- 7) Wykorzystywania konkursów do wspierania procesów edukacyjnych.

Włączanie uczniów w proces edukacyjny

Działanie to jest bezpośrednio związane z umiejętnością rozpoznawania potrzeb edukacyjnych uczniów. Ich aktywne uczestnictwo w organizowaniu procesu edukacyjnego znacząco podnosi poziom motywacji młodych ludzi, a w konsekwencji skuteczność nauki w szkole. Dlatego na lekcjach matematyki powinny być intensyfikowane takie działania, które będą czynić z ucznia świadomego, odpowiedzialnego i aktywnego uczestnika własnego procesu edukacyjnego, nie zaś jedynie obiekt oddziaływań edukacyjnych.

Rolą nauczyciela jest więc konsekwentne uświadamianie uczniom celów działań edukacyjnych, w ramach których nauczyciel powinien:

- 1) Udzielać uczniom informacji zwrotnej.
- 2) Organizować dyskusje na temat uczenia się.
- 3) Pomagać uczniom w ewaluowaniu ich własnych osiągnięć i planowaniu dalszego rozwoju.
- 4) Stwarzać możliwość współdecydowania o sposobie uczenia się.
- 5) Wdrażać jak najwięcej aktywizujących metod uczenia się.
- 6) Pozwalać na rozwiązywanie problemów w ramach pracy zespołowej oraz uczenie się od siebie nawzajem.
- 7) Angażować uczniów do występowania w roli uczących.
- 8) Poddawać każdą lekcję refleksji pod kątem poziomu zainteresowania uczniów.
- 9) Skupiać swoją uwagę na celach działalności zawodowej i sposobach osiągania tych celów.
- 10) Stwarzać częste sytuacje skłaniające do profesjonalnych rozmów na temat uczenia się.
- 11) Obserwować i dokonywać wartościowych modyfikacji.

Przykład 1**Międzynarodowe Badanie Wyników Nauczania Matematyki i Nauk Przyrodniczych TIMSS**

Na początku grudnia 2020 r. Ministerstwo Edukacji Narodowej opublikowało wyniki Międzynarodowego Badania Wyników Nauczania Matematyki i Nauk Przyrodniczych TIMSS 2019.

Jak podaje strona internetowa ministerstwa, badanie dostarczyło wiedzy o zróżnicowaniu wyników, słabych i mocnych stronach uczniów, a także uwarunkowaniach dotyczących ich osiągnięć oraz postaw uczniów, rodziców i nauczycieli. Wyniki badania są ponadto bogatym źródłem informacji potrzebnych do analiz metodycznych problemów z zakresu edukacji matematycznej i przyrodniczej. Mogą być także elementem pracy z nauczycielami nad poprawą jakości edukacji.

Międzynarodowe Badanie Wyników Nauczania Matematyki i Nauk Przyrodniczych przeprowadzane jest co cztery lata, począwszy od 1995 r. Wyniki badania wykonanego na czwartoklasistach dały obraz umiejętności matematycznych oraz z przedmiotów przyrodniczych tej grupy uczniów. Zgodnie z wynikami sondażu polscy uczniowie w matematyce relatywnie lepiej radzili sobie z zadaniami mierzącymi rozumowanie, nieco gorzej wypadli w zadaniach wymagających wiedzy i wiadomości, w tym z arytmetyki.

Cykliczne badanie TIMSS ma na celu:

- 1) Dostarczenie rzetelnych i porównywalnych danych o osiągnięciach szkolnych uczniów z poszczególnych krajów oraz zróżnicowaniu osiągnięć ze względu na czynniki takie jak płeć czy pochodzenie społeczne uczniów.
- 2) Zapewnienie rzetelnej informacji o trendzie, czyli zmianach poziomu osiągnięć i ich zróżnicowaniu.
- 3) Dostarczenie danych kontekstowych, czyli informacji o warunkach, w których przebiega nauczanie i uczenie się, a także o postawach uczniów i nauczycieli, które mogą stanowić podstawę do wyjaśniania obserwowanych wyników uczniów.

Nauczyciel, który rozpoczyna nauczanie matematyki w oddziale klasowym na II etapie edukacyjnym, może posłużyć się niektórymi narzędziami wykorzystywanymi w badaniu TIMSS, takimi jak:

- 1) Test osiągnięć badający poziom wiedzy i umiejętności matematycznych.
- 2) Ankieta ucznia badająca cechy i postawy uczniów.
- 3) Ankieta rodzica badająca środowisko domowe ucznia.
- 4) Ankieta nauczyciela badająca środowisko oddziału, do którego chodzi uczeń.

Przykład 2

Budząca się Szkoła: <http://www.budzacasieszkola.pl/> [dostęp 08.11.2020].

Koordynowana jest przez Marzenę Żylińską, zajmującą się metodyką, neurodydaktyką oraz wdrażaniem nowych technologii w edukacji. Inicjatywa ma na celu:

- 1) Wspieranie transformacji kultury szkolnej od opartej na przekazie wiedzy do dotyczącej rozwoju potencjału, czyli od nauczania do uczenia się.
- 2) Wzmacnianie szkolnych inspiratorów zmian – osób, które na co dzień zmieniają szkolną rzeczywistość „od dołu i od środka”.
- 3) Stawianie na grono nauczycielskie.
- 4) Promowanie najlepszych praktyk i najnowszych odkryć z dziedziny edukacji.
- 5) Wzmacnianie indywidualnego potencjału szkoły, dyrektora, nauczyciela i ucznia.
- 6) Pomaganie szkołom w nawiązywaniu relacji i wymianie doświadczeń.

Przystąpienie przez szkołę do inicjatywy Budząca się Szkoła stwarza okazję do tworzenia sieci szkół, które wzajemnie się inspirują, wspierają oraz dzielą doświadczeniami. Obecnie powstają współpracujące ze sobą kluby Budzących się Szkół – przedsięwzięcie umożliwia studyjne wizytowanie się szkół, dzięki czemu można zobaczyć, jak wygląda codzienna praca uczniów i nauczycieli, zapoznać się z konkretnymi przykładami rozwiązań edukacyjnych oraz przyjrzeć innowacyjnym metodom i formom kształcenia.

4.3. Możliwości edukacji alternatywnej

W szkołach alternatywnych klasy najczęściej liczą mniej uczniów, a każdy z nich ma program dostosowany do swoich indywidualnych potrzeb. Takim rozwiązaniom sprzyja brak podziału na poszczególne lekcje, co ułatwia wspieranie osób, które w danym momencie tego potrzebują. Nauczyciel realizuje założone cele poprzez skupienie się na motywacji wewnętrznej dziecka. Dzieciom pozwala się na większą swobodę w doborze aktywności, a to sprzyja zwiększaniu się samoświadomości i odpowiedzialności młodego człowieka. Do szkół alternatywnych zaliczane są poniższe modele szkół:

Szkoły daltońskie

Ten model szkoły stworzyła Helen Parkhurst w Stanach Zjednoczonych. Koncepcja szkoły opiera się na planie daltońskim, którego trzy główne filary stanowią: samodzielność, odpowiedzialność i współpraca w zespole. Aktywność uczniów jest starannie zaplanowana w formie planu tygodniowej pracy.

Szkoły gestaltowskie

Koncepcja pracy szkoły opiera się na założeniach psychologii i pedagogiki Gestalt, która zakłada, że istnieje pięć obszarów rozwoju człowieka: emocjonalny, społeczny, fizyczny, intelektualny i duchowy, przy czym istotne jest również budowanie relacji z drugim człowiekiem. Innowacyjność tej formy pracy uczniów polega na przebywaniu dzieci w szkole

głównie z jednym nauczycielem prowadzącym, który poznaje i zna dobrze uczniów przez cały okres szkoły podstawowej. W tego typu szkole w klasach młodszych na zajęciach zawsze obecna jest druga osoba dorosła.

Szkoły waldorfskie

Koncepcję tego modelu szkół stworzył Rudolf Steiner na początku XX wieku w Niemczech. Jej najważniejszym założeniem jest wychowanie do wolności w zgodzie z naturą. Koncepcja przewiduje, że rozwój intelektualny jest równie istotny jak rozwój emocjonalny i artystyczny. Podobnie jak w przypadku szkoły gestaltowskiej, przez pierwsze sześć lat dzieci w dużej mierze znajdują się pod opieką jednego nauczyciela – wychowawcy, który znając dzieci i będąc z nimi przez większość lekcji, ma możliwość widzenia całości procesu rozwoju dziecka. Nauczanie w szkole waldorfskiej opiera się na stałym rytmie: uczniowie rano mają lekcję główną, na której poruszany jest temat przewodni danego dnia. Nie ma też podziału na poszczególne przedmioty. Praca skupia się na zagadnieniach tematycznych.

Szkoły freinetowskie

Koncepcja szkół Celestyna Freineta opiera się na twórczej działalności dydaktyczno-wychowawczej. Praca uczniów ma na celu propagowanie kreatywnych inicjatyw, które służą zmianom zachodzącym w otaczającej rzeczywistości. W szkole bardzo ważną rolę pełni nauczyciel, który jest organizatorem życia klasy, wyzwalą zainteresowania i pomysły uczniów, dostarcza im potrzebnych informacji, materiałów i narzędzi. Jest również doradcą, który udziela wskazówek technicznych, chroni przed niepowodzeniem, pomaga w trudnościach i obiektywnie ocenia wysiłki uczniów. Szczególnie ważnym elementem tej koncepcji jest indywidualizacja procesu nauczania i wychowania, mająca na celu rozwijanie uzdolnień w procesie naturalnego zdobywania doświadczeń. Nauczyciel pełni rolę partnera, który współdziała z uczniami na drodze ich samodzielnych poszukiwań. Nieodzownym elementem pracy szkoły jest



organizowanie uczniom szerokich kontaktów ze środowiskiem, po to by rozbudzać ich zainteresowania i ciekawość twórczą oraz umożliwiać aktywne uczestnictwo w życiu.

Źródło: <https://spcogito-poznan.operator.edu.pl/aktualnosci/sprawnosci-freinetowska-technika-pracy/> [dostęp 09.11.2020]

Szkoły Montessori

Podstawowym założeniem koncepcji jest uczenie się w atmosferze wolności – najbardziej efektywne i naturalne. Założenie to związane jest z wyborem przedmiotu, metod, czasu i miejsca pracy w otoczeniu odpowiednio uporządkowanym, z łatwym dostępem do pomocy dydaktycznych. Rolą nauczyciela jest umiejętne wspieranie i rozbudzanie ciekawości poznawczej uczniów. Nauczyciel zawsze służy dzieciom pomocą, najczęściej w formie udzielenia wskazówek bądź inspiracji do znalezienia rozwiązania. Ciekawostką jest również, że jeżeli dzieci mają duże trudności z jakimś zadaniem, mogą wybrać inne, zgodne ze swoimi aktualnymi doświadczeniami i umiejętnościami.

Przykład

Szkoła Marzeń

Szkoła Marzeń: <http://www.szkolamarzen.pl/start/> [dostęp 08.11.2020] powstała w 1992 roku. Jej głównym zadaniem jest pomoc uczniom w znajdowaniu swojej drogi w złożonym, ciągle zmieniającym się świecie. Taka szkoła jest najpierw mądrym opiekunem dziecka w klasach młodszych, a następnie – przewodnikiem młodego człowieka. W szkole wychodzi się z założenia, że wychowankom należy zaszczepić silne przekonanie o stałym kształceniu, które właściwie odbywa się przez całe życie.

Głównymi filarami koncepcji funkcjonowania i rozwoju szkoły są poniższe założenia.

- 1) Szkoła jest dla ucznia.
- 2) Uczeń jest twórczy, pracowity, kulturalny, lubi się uczyć i rozwijać swoje zainteresowania, szanuje innych.
- 3) Nauczyciel jest przewodnikiem i opiekunem, mentorem przyjaznym, lecz wymagającym, który wytycza granice, a następnie czuwa nad ich poszanowaniem.
- 4) Rodzic świadomy jest znaczenia solidnej edukacji od najmłodszych lat dziecka i wie, że ma decydujący wpływ na jego wychowanie, ufa szkole, której powierzył swoje dziecko.
- 5) Szkoła Marzeń wzoruje się na najlepszych szkołach – prywatnych brytyjskich oraz publicznych skandynawskich. Nawiązuje do dobrego dziedzictwa polskiej szkoły okresu 20-lecia międzywojennego.

Jednym z wiodących przedmiotów szkolnych jest język angielski. Oprócz rozbudowanej oferty lekcji tego przedmiotu uczniowie korzystają z zajęć prowadzonych metodą dwujęzyczną. Polega ona na tym, że niektóre lekcje, zazwyczaj prowadzone w języku polskim, odbywają się w części lub w całości po angielsku. Szkoła zrealizowała do tej pory wiele projektów ze środków unijnych, m.in. Partnerski Projekt Szkół „Comenius”, co sprzyjało wybitnym osiągnięciom dydaktycznym oraz wychowawczym. Szkoła współpracuje m.in. z Centrum Nauki Kopernik, Uniwersytetem Humanistycznospołecznym w Warszawie oraz Polską Akademią Nauk.

4.4. Inne sposoby realizacji celów kształcenia

Realizacja celów kształcenia w dziedzinie matematyki na II etapie edukacyjnym może odbywać się w wielu innych formach, takich jak:

Projekty z Funduszy Europejskich, np. na lata 2014–2020

Przykład

Przystanek Szkoła

Projekt mający na celu podniesienie aktywności edukacyjnej dzieci i młodzieży z Gminy Zebrzydowice: https://www.zebrzydowice.pl/strona-80-przystanek_szkola_podniesienie.html [dostęp 08.11.2020].

Projekt realizowano w ramach Priorytetu IX „Rozwój wykształcenia i kompetencji w regionach”. Jego głównym celem było wspieranie aktywności oraz podniesienie poziomu kompetencji kluczowych, warunkujących lepszy start uczniów ze szkół wiejskich w dorosłość poprzez umożliwienie szerokiego dostępu do edukacji oraz wybór właściwej ścieżki edukacyjnej.

Na cele szczegółowe projektu składały się:

- 1) Poprawa jakości kształcenia ogólnego poprzez organizację zajęć pozalekcyjnych, mających na celu m.in. wyrównanie dysproporcji edukacyjnych w formie zajęć dydaktyczno-wyrównawczych i logopedycznych dla uczniów ze specyficznymi potrzebami.
- 2) Zapewnienie uczniom słabszym stałego wsparcia dydaktycznego.
- 3) Wzmacnianie wiary we własne możliwości.
- 4) Podnoszenie kompetencji naukowych.
- 5) Poprawa jakości i atrakcyjności oferty edukacyjnej.
- 6) Poprawa wyników egzaminów zewnętrznych poprzez cykl zajęć pozalekcyjnych.
- 7) Poszerzanie treści edukacyjnych z poszczególnych bloków przedmiotowych za pomocą nowoczesnych metod nauczania, rozwijania zainteresowań naukowych, wzmacniania motywacji do nauki i zdolności do przyszłego zatrudnienia.
- 8) Rozwijanie zainteresowań uczniów w dziedzinie technologii informacyjnej.
- 9) Kształcenie postaw społecznych i przedsiębiorczości poprzez optymalne wykorzystanie zasobów szkół.
- 10) Wskazanie wartości nadrzędnych, jakie daje komputer i internet.
- 11) Uświadomienie uczniom, że są prosumentami sieci.

W ramach projektu zrealizowano m.in. cykl zajęć „Odyseja umysłu”, ukierunkowany na rozwój kompetencji i umiejętności w dziedzinach naukowych: humanistycznych, nauk ścisłych i przyrodniczych (w aspekcie interdyscyplinarnym i holistycznym), oraz prowadzono kółka: humanistyczne, interdyscyplinarne, matematyczne, nauk przyrodniczo-ekologicznych.

Sesje naukowe prowadzone pod kątem zainteresowań i uzdolnień uczniów

Szkoła podstawowa, która zostanie objęta patronatem czy umową partnerską z wyższą uczelnią, może wdrożyć do rocznego planu pracy sesje naukowe, które będą odbywały się regularnie przed zakończeniem każdego półrocza. Podczas zorganizowanej konferencji uczniowie prezentują prace, które są wykonane pod kierunkiem nauczycieli akademickich ze szkół partnerskich. Tematy prac uczniowskich mogą być formułowane przez pracowników naukowych przy współudziale uczniów w zależności od ich zainteresowań i uzdolnień. Niepodważalnym kryterium tworzenia tematyki prac powinno być poszerzanie wiedzy i wykraczanie poza treści programowe objęte podstawą programową matematyki dla II etapu edukacyjnego.

Tematyka sesji naukowej może obejmować np.:

- 1) Przybliżenia liczby π .
- 2) Dowodzenie w algebrze i geometrii.
- 3) Liczby wielokątne.
- 4) Odkrycia wielkich matematyków.
- 5) Systemy liczbowe.

Celem tego rodzaju przedsięwzięcia jest:

- 1) Mobilizowanie uczniów do rozwijania własnych zainteresowań, uzdolnień, kreowania i podążania indywidualnymi ścieżkami rozwoju.
- 2) Nabywanie umiejętności publicznego występowania.
- 3) Posługiwanie się środkami multimedialnymi.
- 4) Umocnienie poczucia własnej wartości wraz z nabyciem umiejętności opracowania własnego tematu, dokonania analiz, współpracy z innymi, dzielenia się własnymi osiągnięciami na forum szkolnym z udziałem zaproszonych gości.

Ten rodzaj spotkań można upowszechnić nie tylko w obrębie szkoły, ale także na poziomie gminy czy powiatu, aby w spotkaniu brało udział jak najwięcej szkół i uczniów. Dla potrzeb uczniów wykazujących szczególne uzdolnienia i predyspozycje matematyczne całodzienna sesja naukowa może być uzupełniona lekcjami w formie warsztatów z nauczycielami akademickimi i studentami. Zajęcia mogą odbywać się w budynku szkoły oraz w salach laboratoryjnych wyższej uczelni. Dobór uczniów do poszczególnych sesji zależy od diagnozy umiejętności ucznia przeprowadzonej przez nauczyciela.

4.5. Innowacyjne formy współpracy oraz organizacji środowiska uczniów

Na przykłady innowacyjnych form współpracy składają się:

- 1) Seminaria badawcze dla uczniów – prowadzone np. przez Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego, których celem jest zrozumienie wybranych artykułów naukowych oraz praca nad ciekawymi problemami.
- 2) Konferencje dziecięce – zainteresowani uczniowie sami wybierają tematykę prezentacji, starannie przygotowują się do niej, a potem zapraszają chętnych kolegów do udziału w wydarzeniu.
- 3) Akademia kompetencji – realizowana dla II etapu edukacyjnego w Publicznej Szkole Podstawowej Cogito w Poznaniu. Program obejmuje treści i umiejętności dotyczące przedmiotów matematyczno-przyrodniczych i humanistycznych. W ramach programu integrowane są treści i umiejętności w celu rozwiązywania praktycznych problemów. Program ma charakter „dodatkowych zajęć edukacyjnych”. Uczniowie, którzy w nich uczestniczą, otrzymują stosowny wpis na świadectwie szkolnym. Zajęcia realizowane są w cyklu 6-tygodniowym przez 2 godziny w tygodniu.
- 4) Pracownie matematyczne – w szkole można utworzyć centrum badawcze, służące praktycznej działalności uczniów, co ma im pomóc w zrozumieniu i przyswojeniu omawianych treści nauczania. Przy użyciu różnorodnych środków dydaktycznych uczniowie rozwijają umiejętności dostrzegania nowych pojęć w znanych zjawiskach i obiektach, a także na bazie bezpośredniej obserwacji zjawisk i faktów odkrywają związki między różnymi procesami.

Przykład

Koło matematyczne „Mały Pitagoras”

Jego celem jest rozwijanie zdolności poznawczych uczniów oraz pobudzanie ich do samodzielного i logicznego myślenia poprzez zabawy, gry, ćwiczenia, różnego rodzaju łamigłówek i ciekawostki matematyczne. Koło podejmuje inicjatywy służące rozwojowi kompetencji matematycznych i angażowaniu się uczniów w proces promocji wiedzy matematycznej.

5. Metody, techniki i formy pracy umożliwiające rozwijanie kompetencji matematycznych

W art. 12.2 *Karty Nauczyciela* czytamy, że „nauczyciel w realizacji programu nauczania ma prawo do swobody stosowania takich metod nauczania i wychowania, jakie uważa za najwłaściwsze spośród uznanych przez współczesne nauki pedagogiczne, oraz do wyboru spośród zatwierdzonych do użytku szkolnego podręczników i innych pomocy naukowych”.

Przepis ten otwiera drogę do samodzielnego konstruowania procesu lekcyjnego wraz z wykorzystaniem innowacyjnych metod, form i środków kształcenia.

Kolejne regulacje obowiązujące nauczyciela określają działalność edukacyjną szkoły. Są to:

- szkolny zestaw programów nauczania, który obejmuje całość działań szkoły z punktu widzenia dydaktycznego, z uwzględnieniem wymiaru wychowawczego;
- program wychowawczo-profilaktyczny, który całościowo opisuje wszystkie treści i działania o charakterze wychowawczym i profilaktycznym, realizowane przez wszystkich nauczycieli.

Oprócz powyższych rozwiązań prawnych na efektywność procesu nauczania ma wpływ wiele innych czynników, zależnych od organizatorów i osób prowadzących zajęcia, czyli w praktyce – stosowanych metod i technik kształcenia. Ich dobór powinien być adekwatny do konkretnych jednostek lekcyjnych, przyjętych celów i treści kształcenia, jest też następstwem dotychczasowego poziomu wiedzy uczniów, ich wieku i predyspozycji lub wynika z sytuacji tworzenia uczniom warunków do samokształcenia.

Wincenty Okoń oparł podział metod nauczania na koncepcji wielostronnego uczenia się i wyróżnił następujące grupy działań (Okoń, 1998):

- 1) Asymilacja wiedzy (poprzez przyswajanie), np. opowiadanie, opis, anegdota, odczyt, objaśnienie lub wyjaśnienie.
- 2) Samodzielne dochodzenie do wiedzy (poprzez odkrywanie), np. klasyczna metoda problemowa, metoda przypadków, metoda sytuacyjna, PBL (*Problem Based Learning*), IBSE (*Inquiry Based Science Education*), gry dydaktyczne, dyskusja dydaktyczna, dyskusja okrągłego stołu, dyskusja wielokrotna, burza mózgów, giełda pomysłów, dyskusja panelowa, metaplan.
- 3) Metody eksponujące (poprzez przeżywanie), tj. pokaz łączony z przeżyciem.
- 4) Metody praktyczne (poprzez działanie), np. pokaz z objaśnieniem, pokaz z instruktorem, ćwiczenia przedmiotowe, ćwiczenia laboratoryjne, metoda projektów, metoda przewodniego tekstu, CL (*Cooperative Learning*), stacje zadaniowe, narzędzia TOC.

Każda z wyróżnionych grup metod nauczania powinna spełniać różnorodne funkcje dydaktyczne, m.in. służyć zaznajamianiu uczniów z nowym materiałem, zapewniać utrwalanie zdobytej wiedzy, ułatwiać kontrolę i ocenę stopnia opanowania tej wiedzy.

Niezależnie od zmian w podstawie programowej kształcenia ogólnego matematyki na II etapie edukacyjnym istotne jest, aby nauczyciel:

- wykorzystywał różnorodne metody i formy pracy z uczniem, ze szczególnym uwzględnieniem pracy w terenie;
- stosował zasadę pogłębłości i aktywności uczniowskiej;
- odwoływał się do doświadczeń uczniów oraz wiedzy i umiejętności z poprzedniego etapu edukacyjnego;
- korzystał z zasobów biblioteki szkolnej oraz kształtował umiejętności właściwego wykorzystywania zasobów internetowych;
- stwarzał okazje do rozwijania własnych zainteresowań uczniów;
- promował samodzielne docieranie do wiedzy i jej wykorzystywanie w życiu codziennym.

Współczesna szkoła musi zatem być otwarta na innowacje nie tylko technologiczne, ale również dotyczące procesów nauczania i uczenia się. Edukacja matematyczna może stać się uzupełnieniem cyfrowego świata, w którym funkcjonują na co dzień uczniowie. Dlatego nauczyciel powinien przekazywać wiedzę praktyczną, kształtować umiejętności wyszukiwania i przetwarzania informacji w wiedzę, planowania, współpracy, komunikacji z wykorzystaniem nowoczesnych technologii informacyjno-komunikacyjnych. Dzięki takim działaniom nauka będzie bardziej atrakcyjna dla uczniów, a to wiąże się z ich motywacją do uczenia się. W nowoczesnej szkole przekaz wiedzy i kształtowanie umiejętności powinny ponadto być spersonalizowane, czyli dopasowane do możliwości, ale i różnych preferencji ucznia.

5.1. Metody i strategie wykorzystywane w nauczaniu matematyki

W kształceniu umiejętności matematycznych nauczyciel może wykorzystać różnorodne metody i strategie, których walorem jest radość z odkrywania.

Kształcenie kooperatywne (*Cooperative Learning*)

Strategia wymagająca dokonania pewnej rekonstrukcji myślowej, umożliwiającą uczniom znalezienie rozwiązania, uzyskanie odpowiedzi w procesie swoistej wymiany informacji, związanej z wyobrażeniami tego samego fragmentu rzeczywistości.

Strategia ta:

- 1) Powoduje wykształcenie się w przyszłości refleksyjnej postawy odbioru rzeczywistości, ale także wykorzystanie dotychczasowych jej ocen.

- 2) Jest przeprowadzana poprzez poszerzoną refleksję osoby uczącej się i dyskusję z pozostałymi uczniami.
- 3) Czyni nauczyciela uczestnikiem procesu, doradcą, który wyszukuje i kształtuje aktywne środowisko nauczania.
- 4) Zakłada, że styl uczenia się jest otwarty i oparty na sieciowym powiązaniu między uczestnikami interakcji.
- 5) Stanowi odniesienie do współdziałania nauczyciela przedmiotu oraz nauczyciela wspierającego.

Kształcenie wyprzedzające (forma kształcenie kooperatywnego)

Istotą tej strategii jest zaktywizowanie uczniów przed lekcją w formie samodzielnego zbierania informacji i odniesień do własnej dotychczasowej wiedzy. Uczniowie korzystają ze zdobytych doświadczeń, przypuszczeń, związków emocjonalno-poznawczych oraz wiedzy potocznej, aby zrozumieć nowy materiał i nadać mu osobiste znaczenie. Tak przygotowany uczeń uczestniczy następnie w lekcji, przedstawiając swoją skonstruowaną wiedzę, a zadaniem nauczyciela jest inspirowanie go zadaniami do systematyzacji i utrwalenia opanowanych wiadomości.

Realizacja strategii kształcenia wyprzedzającego odbywa się w następujących etapach:

- 1) Aktywacja uczniów poprzez weryfikację tego, co uczniowie już wiedzą, jakie znają pojęcia, jak wyglądają ich spostrzeżenia i wyobrażenia w zakresie poznawanych pojęć.
- 2) Przetwarzanie, rozwiązywanie zadań dydaktycznych, zaaranżowanych przez nauczyciela, ale bez jego bezpośredniej obecności i kontroli, tworzenie materiałów, prezentowanie osiągnięć (strony www, e-portfolio, prezentacje multimedialne, filmy czy animacje).
- 3) Systematyzacja realizowana na lekcji, podczas której nauczyciel nie pełni roli wykładowcy, ale jedynie uzupełnia, interpretuje, systematyzuje i odpowiada na pytania w taki sposób, aby uczniowie mogli dokonać korekty swoich dotychczasowych notatek, portfolio i opracowanych przez siebie materiałów oraz stron www.
- 4) Ocena i ewaluacja, podczas której uczniowie oceniają swoją pracę i osiągnięcia, a nauczyciel weryfikuje ją na podstawie kryteriów opracowanych w porozumieniu z uczniami.

Teoria siedmiu ogniw Wincentego Okonia

Teoria ta obejmuje następujące etapy procesu kształcenia (Okoń, 1987):

- 1) Świadomość celów oraz zadań dydaktycznych uczniów, przy założeniu:
 - ładu wewnętrznego – nauczyciel zmierza do stawiania uczniów przed określonymi zadaniami, uświadamiając im, czego mają się uczyć i w jakim celu; nauczyciel tworzy pewną wewnętrzną perspektywę, nadającą wysiłkom uczniów odpowiednią wartość, czyli motywację;

- ładu zewnętrznego – nauczyciel zmierza do zapewnienia odpowiedniego przebiegu lekcji poprzez wprowadzenie dyscypliny, wykorzystywanie pewnych sposobów zaczynania i kończenia zajęć; brak tego rodzaju ładu zaburza koncentrację uczniów.
- 2) Poznanie przez uczniów nowych faktów za pomocą:
 - poznania empirycznego, zawierającego w sobie poznanie bezpośrednie, czyli metody takie jak: obserwacja, eksperyment czy spostrzeganie;
 - poznania pośredniego, dokonującego się z wykorzystaniem schematów, modeli i strategii;
 - poznania werbalnego, obejmującego słowo mówione i wykorzystujące opowiadanie, opis, pogadankę, wykład czy dyskusję oraz słowo drukowane, np. praca z książką.
 - 3) Nabywanie nowych pojęć, stanowiących podstawową jednostkę organizacyjną procesu myślenia, porozumiewania się z ludźmi, poznawania wytworów rzeczywistości; pojęcia zawierają cechy opisujące wytwory oraz umożliwiają ich zdefiniowanie; nabywanie pojęć odbywa się za pomocą następujących metod:
 - metody dedukcyjnej, która zakłada przechodzenie od ogółu do szczegółu;
 - metody indukcyjnej, która zakłada przechodzenie od szczegółu do ogółu.
 - 4) Utrwalanie zdobytych wiadomości za pomocą biernego oraz czynnego ich utrwalania; utrwalanie bierne polega na powtarzaniu, przypominaniu i uczeniu się na pamięć, a utrwalanie czynne na przeprowadzaniu ćwiczeń.
 - 5) Przechodzenie od teorii do praktyki – teoria to zespół twierdzeń łączonych z praktyką, obejmuje funkcję poznawczą, weryfikacyjną i przekształcającą.
 - 6) Wykorzystywanie zadań dydaktyczno-wytwórczych.
 - 7) Kontrola i ocena wyników nauczania – kontrola obejmuje sprawdzanie osiągnięć uczniów, czyli zakresu opanowania przez nich treści kształcenia, natomiast ocena zakłada pewien osąd, opis stopnia opanowania treści.

PBL (Problem Based Learning)

Metoda polega na nauczaniu poprzez rozwiązywanie problemów, dotyczy uczniów, którzy pracują w małych grupach. W procesie tym akcentuje się ścisły związek problemu z zadaniem, które należy rozwiązać poprzez poszukiwanie informacji i jej przetwarzanie, refleksję, krytyczną ocenę i wartościowanie zdobytych informacji pod kątem ich efektywności i przydatności do rozwiązania problemu. Co istotne, formułowanie zadań rozwiązywanych metodą PBL, wykorzystujących wiedzę międzyprzedmiotową, stymuluje zainteresowania innymi obszarami nauki oraz pozwala dostrzec praktyczny wymiar zagadnień teoretycznych realizowanych w szkole.

Do głównych zalet metody PBL należą:

- 1) Rozwijanie umiejętności efektywnej współpracy w grupie i empatycznej komunikacji.
- 2) Stosowanie odpowiednich strategii negocjacyjnych.

- 3) Nabywanie doświadczeń w podejmowaniu przemyślanych decyzji.
- 4) Budowanie zdrowej rywalizacji w grupie.
- 5) Rozwijanie kreatywności i uczenie się odpowiedzialności.
- 6) Pełnienie przez nauczyciela roli opiekuna, który pomaga w podejmowaniu decyzji, pilnuje terminów, pracuje nad starannym doбором tematów zadań i stopniem ich trudności.
- 7) Pełnienie przez nauczyciela funkcji przewodnika, który organizuje pracę nad projektem w początkowej fazie, a następnie roli moderatora wspomagającego, który nie podaje gotowych rozwiązań.
- 8) Dzielenie się efektami pracy przez zespoły projektowe.
- 9) Możliwość dyskusowania nad przedstawionymi efektami przez wszystkich uczniów i nauczyciela.

Metoda PBL staje się nieodzownym elementem szkoły XXI wieku. Jej wykorzystanie na lekcjach matematyki pozwala zbliżyć działania realizowane w szkole do tych z codziennego życia, uczy młodych ludzi odpowiedzialności za podejmowanie decyzji, samodzielnego myślenia i odwagi eksperymentowania, co w znaczącym stopniu przyczynia się do pogłębiania wiedzy uczniów.

Odwrócona klasa

Metoda, która inspiruje ucznia do samodzielnego poszukiwania, zwiększa odpowiedzialność za wykonywane zadania oraz wspomaga jego zaangażowanie. Wymaga umiejętności planowania, przewidywania rezultatów, monitorowania i oceny efektów oraz negocjowania i moderowania.

Metoda realizowana jest w kilku etapach:

- 1) Przygotowanie materiałów polegające na poszukiwaniu źródeł przez nauczyciela lub samodzielnym ich zapewnieniu przez uczniów.
- 2) Przedstawienie uczniom problemu podczas poprzedniej lekcji.
- 3) Zadanie uczniom pracy do domu, polegającej na zapoznaniu się z materiałami przygotowanymi przez nauczyciela lub samodzielnym ich poszukiwaniu.
- 4) Samodzielne zdobywanie wiedzy przez uczniów w domu w formie pracy indywidualnej lub zespołowej.
- 5) Ocena poziomu zrozumienia materiału na podstawie porządkowania, weryfikacji i zastosowania w zadaniach zdobytych wiadomości.
- 6) Sprawdzenie osiągnięcia celów poprzez wspólne omówienie z uczniami zdobytej wiedzy, umiejętności i ich dalszego wykorzystania.

Podczas realizacji niektórych zagadnień można zmodyfikować metodę nauczania w taki sposób, aby uczniowie samodzielnie przygotowywali materiały, dzięki czemu wybiorą

wiedzę dostosowaną do ich potrzeb i możliwości, a następnie przedstawia wybrany problem na forum klasy.

Wdrożenie metody odwróconej klasy na lekcjach matematyki niejednokrotnie pozwala na zminimalizowanie czasu wprowadzenia tematu lekcji i wyjaśnienia podstaw omawianego zagadnienia. Jest to również okazja do przyjęcia przez ucznia współodpowiedzialności za proces własnego rozwoju, stworzenia kreatywnej przestrzeni do współpracy i realizacji powierzonych zadań. Pozytywnym aspektem wdrożenia metody jest także umożliwienie uczniom łatwego nadrobienia zaległości w domu i poświęcenie przez nauczyciela matematyki więcej czasu uczniom ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi.

Metoda zadań programowanych

Metodę tę można zastosować w kilku krokach:

- 1) Stworzenie rodzaju grafu, w którym węzłami są treści nauczania wraz z pytaniami końcowymi.
- 2) Wybór następnego elementu do nauki zależnego od udzielonych odpowiedzi.
- 3) Szybsze przechodzenie przez ucznia do bardziej zaawansowanych elementów, jeśli jego odpowiedzi są prawidłowe.
- 4) Przy słabszych odpowiedziach – przechodzenie przez ucznia do materiałów uzupełniających i dokładniej wyjaśniających.

Celem metody jest opanowanie przez uczącego się partii materiału, czemu towarzyszy ciągła weryfikacja stopnia przyswojenia wiedzy, utrwalanie wiadomości drogą powtórzeń, indywidualizacja pracy z materiałem. Jest to sposób nauczania, w którym przyswajanie informacji przez osobę uczącą się odbywa się na podstawie odpowiednio ułożonego programu, zawierającego powiązane ze sobą logicznie porcje informacji na określony temat.

Technicznie metoda może być stosowana z wykorzystaniem zwykłej książeczki, do której na określoną stronę odsyłany jest uczeń za pomocą programu komputerowego bądź aplikacji w przeglądarce. Do tej pory jednak nie znalazła szerszego zastosowania, i to z bardzo prostej przyczyny – zaprogramowanie takiej nauki jest bardzo czasochłonne i trudne. Można czasem spotkać programy komputerowe ułatwiające jej wykorzystanie, jednak są one kosztowne, więc nie są szerzej stosowane. Mimo wszystko jest to świetna metoda, ponieważ służy indywidualizowaniu pracy ucznia. Można z niej korzystać, upraszczając nieco sposób działania, chociażby przez zmniejszenie ilości rozgałęzień w ścieżce nauczania, ale też i poprzez zastąpienie wyboru treści do realizacji decyzją nauczyciela zamiast drogą zaprogramowanego algorytmu. Niepotrzebny jest wtedy program, a wystarczą odpowiednio przygotowane materiały o różnym stopniu trudności.

5.2. Kształcenie matematyczne uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi

W świetle *Rozporządzenia z dnia 9 sierpnia 2017 roku w sprawie zasad organizacji i udzielania pomocy psychologiczno-pedagogicznej w publicznych przedszkolach, szkołach i placówkach* specjalne potrzeby edukacyjne wynikają w szczególności:

- z niepełnosprawności;
- z niedostosowania społecznego;
- z zagrożenia niedostosowaniem społecznym;
- ze szczególnych uzdolnień;
- ze specyficznych trudności w uczeniu się;
- z zaburzeń komunikacji językowej;
- z choroby przewlekłej;
- z sytuacji kryzysowych lub traumatycznych;
- z niepowodzeń edukacyjnych;
- z zaniedbań środowiskowych związanych z sytuacją bytową ucznia i jego rodziny, sposobem spędzania czasu wolnego i kontaktami środowiskowymi;
- z trudności adaptacyjnych związanych z różnicami kulturowymi;
- ze zmian środowiska edukacyjnego, w tym zmian związanych z wcześniejszym kształceniem za granicą.

W odniesieniu do uczniów ze SPE nauczyciel musi dopasować do aktualnej sytuacji dydaktycznej takie metody i formy pracy, które pozwolą tym uczniom uczestniczyć w zajęciach na równych zasadach, a w konsekwencji – zgodnie z założeniami edukacji włączającej – dadzą wszystkim uczestnikom podobną szansę na osiągnięcie sukcesu.

Uczniowie ze SPE mogą zostać objęci pomocą w formie dodatkowych zajęć profilaktyczno-wychowawczych, które zapewnią im niezbędne wsparcie z zastosowaniem nowoczesnej metody RSA Biofeedback, zwiększającej kreatywność, koncentrację uwagi i odporność na stres. W ramach metody mogą być realizowane cykliczne spotkania dla rodziców w formie warsztatów poruszających tematykę niepełnosprawności i metodyki pracy na lekcjach matematyki.

Szkoła jako miejsce, w którym uczeń spędza połowę dnia, musi zapewnić uczniowi ze SPE warunki do rozwoju i pełnego uczestnictwa w procesie kształcenia i wychowania oraz życiu społecznym. Służy temu pokonywanie barier ograniczających obecność, uczestnictwo i osiągnięcia uczniów.

W kształceniu umiejętności matematycznych uczniowie ze SPE powinni zostać objęci różnorodnymi formami zajęć, do których należą:

- 1) Zajęcia rozwijające uzdolnienia matematyczne, np. w formie ligi zadaniowej, koła matematycznego, turnieju meczów matematycznych.
- 2) Zajęcia dydaktyczno-wyrównawcze z matematyki z naciskiem na kształtowanie naj słabiej opanowanych umiejętności.
- 3) Zindywidualizowana ścieżka kształcenia w formie mentoringu – ukazanie perspektyw rozwoju ucznia, dzielenie się doświadczeniem, udzielanie rad i wskazówek.
- 4) Porady i konsultacje w formie tutoringu – zbudowanie osobowej relacji z uczniem, rozpoznanie mocnych stron i nakierowanie ucznia.
- 5) Warsztaty i szkolenia.
- 6) Zajęcia rozwijające kompetencje emocjonalno-społeczne, czyli zwiększające aktywność i motywację do uczenia się.
- 7) Zajęcia rozwijające umiejętność uczenia się, z wykorzystaniem aktywizujących metod pracy, podnoszące efektywność uczenia się.
- 8) Zajęcia związane z wyborem kierunku kształcenia i zawodu.

Przykład

Kontrakt z uczniem ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi

- 1) Jestem zainteresowany zdobywaniem na lekcjach matematyki umiejętności wykraczających poza podstawę programową.
- 2) Samodzielnie rozwiązuję zadania i problemy o podwyższonym stopniu trudności.
- 3) Pełnię rolę asystenta nauczyciela, prowadzę część zajęć – razem planujemy i doświadczamy.
- 4) Uczestniczę we wspólnych, stałych konsultacjach z nauczycielem.
- 5) Osiągam sukcesy w konkursach i olimpiadach matematycznych.
- 6) Korzystam z dodatkowych źródeł wiedzy.
- 7) Biorę udział w zajęciach rozwijających moje uzdolnienia.
- 8) Rozwiązuję dodatkowe problemy podczas dni wolnych od nauki.

W przewodniku *Jak organizować edukację uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi*, wydanym przez Ministerstwo Edukacji Narodowej, podkreślono, że praca z uczniami ze SPE oznacza podejmowanie wielu działań dostosowanych do predyspozycji i możliwości ucznia, które pozwalają na stworzenie prawidłowych warunków edukacyjnych dla tych uczniów. Są to działania takie jak:

- 1) Dostosowanie sposobu komunikowania się z uczniem, np. mówienie z odpowiednim natężeniem głosu, formułowanie wypowiedzi i pytań o prostej konstrukcji, powtarzanie pytań lub instrukcji, udzielanie dodatkowych wyjaśnień, naprowadzanie pytaniami pomocniczymi, zwracanie się wprost do ucznia.
- 2) Zachowanie właściwego dystansu, np. w przypadku dziecka niewidomego zajmowanie miejsca na tyle blisko, aby dotknąć dziecko dłonią, by wiedziało, że jest słuchane lub że do niego kierowane jest pytanie; natomiast wobec niektórych dzieci

z zespołem Aspergera czy autyzmem zachowanie dystansu, ponieważ dotyk będzie zbyt silnym bodźcem pobudzającym.

- 3) Wydłużenie czasu pracy, np. w sytuacji odpytywania podczas zajęć, pracy pisemnej, zajęć manualnych.
- 4) Zmiana form aktywności, np. stosowanie naprzemiennie metod podających i aktywizujących.
- 5) Dzielenie materiału nauczania na mniejsze partie, zmniejszenie liczby zadań do wykonania, zwiększenie liczby ćwiczeń i powtórzeń materiału.
- 6) Częste odwoływanie się do konkretności.
- 7) Stosowanie metody poglądowości poprzez umożliwienie poznawania wielozmysłowego.
- 8) Dostosowanie liczby bodźców związanych z procesem nauczania, np. nie jest wskazane, aby uczeń z ADHD miał wokół siebie zbyt wiele przedmiotów, nawet jeśli są to pomoce dydaktyczne.
- 9) Zastosowanie dodatkowych środków dydaktycznych i środków technicznych – w niektórych przypadkach nauczyciel będzie musiał dostosować je do możliwości ucznia, np. włączając film, powinien opatrzyć obraz tekstem pisanym, jeśli w grupie jest dziecko niesłyszące, albo powtarzać tekst, jeśli ten uczeń potrafi czytać z ruchu warg.
- 10) Stosowanie zróżnicowanych kart zadań do samodzielnego rozwiązywania – karty rozdawane dzieciom powinny zawierać zadania o różnym stopniu trudności.
- 11) Powtarzanie reguł obowiązujących w klasie oraz jasne wyznaczanie granic oraz egzekwowanie ich przestrzegania.

Wspomniane rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej, dotyczące zasad organizacji i udzielania pomocy psychologiczno-pedagogicznej w publicznych przedszkolach, szkołach i placówkach, umożliwi wprowadzenie zindywidualizowanej ścieżki kształcenia m.in. w dziedzinie matematyki. Na podstawie rozwiązań prawnych i przygotowanej opinii poradnia psychologiczno-pedagogicznego wskazuje:

- 1) Okres objęcia ucznia zindywidualizowaną ścieżką, nie dłużej jednak niż na rok szkolny.
- 2) Zakres godzinowy, w jakim uczeń nie może brać udziału w zajęciach wspólnie z oddziałem klasowym.
- 3) Działania, które powinny być podjęte w celu usunięcia barier i ograniczeń utrudniających funkcjonowanie ucznia i jego uczestnictwo w życiu szkoły.

Uczeń ze SPE w ramach zindywidualizowanej ścieżki kształcenia w dziedzinie matematyki może:

- dodatkowo uczęszczać na lekcje matematyki z klasą jako wolny słuchacz (w zależności od potrzeb i stanu psychofizycznego);

- korzystać z zajęć edukacyjnych realizowanych indywidualnie z uczniem, powierzonych nauczycielowi prowadzemu te same zajęcia z całym zespołem klasowym, do którego uczęszcza uczeń;
- mieć dostosowane wymagania edukacyjne odpowiednio do zaległości spowodowanych jego deficytami;
- mieć optymalnie określony, pod kątem realizacji podstawy programowej, wymiar zajęć;
- mieć dopasowane do indywidualnych potrzeb rozwojowych ucznia metody i formy realizacji programu nauczania;
- mieć przygotowane prognozy krótkoterminowe dotyczące okresów dobrej kondycji;
- korzystać z metod i form realizacji programu, które wpływają optymalnie na usprawnienie zaburzonych funkcji poznawczych i percepcyjno-motorycznych;
- mieć regularne godziny zajęć rano, gdy wykazuje najwyższy poziom energii i zaangażowania.

Praca z wykorzystaniem zasobów ucznia oraz stosowanie częstych wzmocnień pozytywnych działa terapeutycznie na stan psychofizyczny ucznia.

5.3. Zastosowanie aktywnych metod i technik uczenia się na lekcjach matematyki

Stosowanie metod aktywizujących stwarza warunki do wszechstronnego rozwoju ucznia. Jest szansą na to, że absolwent szkoły podstawowej stanie się człowiekiem kreatywnym, otwartym na nowości i zmiany oraz będzie potrafił działać w grupie. Do korzyści ze stosowania metod aktywizujących uczniów zalicza się m.in. efektywną współpracę w grupie, rozwijanie twórczego i logicznego myślenia, uczenie niestereotypowego podejścia do problemu oraz planowania, organizowania i oceniania własnej nauki.

Metoda tekstu przewodniego na lekcjach matematyki

Jest to metoda nauczania problemowego, która opiera się na aktywnym zdobywaniu przez ucznia nowej wiedzy i nowych umiejętności. Problem jest przedstawiony jako struktura o niewystarczającej ilości danych, która musi być uzupełniona przez ucznia drogą poszukiwań.

Tekst przewodni podaje w punktach, co uczeń ma zrobić i w jakim czasie, co ma być efektem działania, opisuje kolejne kroki i zdania pośrednie, które pozwolą na rozwiązanie problemu. Zadaniem nauczyciela jest właściwa organizacja procesu lekcyjnego, a praca uczniów opiera się na poszukiwaniu informacji i pomysłów na rozwiązanie problemu.

Stosowanie tej metody odbywa się w kilku etapach:

- 1) Przygotowanie przez nauczyciela zadania do wykonania oraz zestawu informacji i materiałów potrzebnych do realizacji ćwiczeń.

- 2) Uczniowie uzdolnieni matematycznie wykonują zadania samodzielnie, zaś uczniowie z trudnościami w uczeniu się matematyki realizują pewne elementy zadania z udziałem nauczyciela.
- 3) Nauczyciel ma za zadanie pomóc uczniom, występuje w roli organizatora, pozwala na dostosowanie tempa pracy do indywidualnych potrzeb ucznia.
- 4) Na zakończenie pracy uczniowie prezentują wyniki swoich doświadczeń.

Metoda uczy samodzielnej pracy i może być stosowana na różnych lekcjach i różnych poziomach nauczania.

Technika 635

Jest to technika burzy mózgów przeprowadzana w grupie, zaliczana do metod twórczego rozwiązywania problemów. Jej celem jest wspomaganie procesów innowacyjnych poprzez stymulowanie kreatywności. Pracę tą techniką nadzoruje nauczyciel pełniący funkcję moderatora.

Przykładowy sposób przeprowadzenia lekcji:

- 1) Klasa zostaje podzielona na 6-osobowe grupy lub 6 mniej licznych grup.
- 2) Każdy uczeń (grupa) otrzymuje kartę z ponumerowanymi miejscami na wpisywanie pomysłów.
- 3) Nauczyciel wyraźnie formułuje problem, który uczniowie zapisują na kartkach.
- 4) Każdy uczeń (grupa) wpisuje trzy pomysły na rozwiązanie problemu.
- 5) Po wypełnieniu uczeń przekazuje swoją kartę koledze siedzącemu obok i otrzymuje kartę od kolegi siedzącego z drugiej strony.
- 6) Przekazywanie kart przebiega w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara.

Karty z pomysłami są tak długo przekazywane kolejnemu sąsiadowi, dopóki do każdego z uczestników nie dotrze każda z 6 kart. Po 6 rundach, podczas których uczestnicy wymieniają się kartami, przekazując je członkowi zespołu siedzącemu po ich prawej stronie, w ciągu 30 minut powstaje 108 pomysłów.

Przykład 1

Ocenianie otwartych zadań matematycznych z egzaminu ósmoklasisty

Praktyczne uwagi do zastosowania:

- 1) Za każde inne niż przedstawione poprawne rozwiązanie przyznaje się maksymalną liczbę punktów.
- 2) Jeśli na jakimkolwiek etapie rozwiązania zadania uczeń popełnił jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale zastosował poprawne metody obliczania, ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- 3) W trakcie rozwiązywania zadania uczeń może nie zapisywać jednostek miar.
- 4) Nie jest oceniane stosowanie jednostek miar.

- 5) W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych kryteriów oceniania dopuszcza się:
- lustrzane zapisywanie cyfr i liter, np. 6 i 9;
 - gubienie liter, cyfr, nawiasów;
 - problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych;
 - błędy w zapisie działań pisemnych – dopuszczalne są drobne błędy rachunkowe;
 - luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe;
 - uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci – brak opisu niewiadomych;
 - niekończenie wyrazów;
 - problemy z zapisywaniem jednostek, np. °C i OC;
 - błędy w przepisywaniu;
 - chaotyczny zapis operacji matematycznych;
 - mylenie indeksów górnych i dolnych.

Ocena rozwiązania zadania otwartego zależy od tego, jak daleko uczeń dotarł w drodze do całkowitego rozwiązania. Schemat punktowania rozwiązania zadania, za które można otrzymać maksymalnie 4 punkty:

- 4 pkt – rozwiązanie pełne;
- 3 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, rozwiązanie zostało doprowadzone do końca, ale zawierało usterki, np. błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itd.;
- 2 pkt – rozwiązanie, w którym pokonano zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie było kontynuowane lub było kontynuowane błędną metodą;
- 1 pkt – rozwiązanie, w którym dokonany został istotny postęp, ale nie pokonano zasadniczych trudności zadania;
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykład 2

Wykorzystanie zasobów strony internetowej Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w zakresie przygotowania do egzaminu ósmoklasisty

W zakładce Egzamin ósmoklasisty, <https://cke.gov.pl/egzamin-osmoklasisty/> [dostęp 08.11.2020] można znaleźć następujące foldery:

- 1) O egzaminie – informacje ogólne o egzaminie ósmoklasisty, wynikach i zaświadczeniach, przebiegu egzaminu oraz niezbędne informacje dodatkowe.
- 2) Podstawa programowa kształcenia ogólnego z matematyki z komentarzem.
- 3) Informatory o egzaminie ósmoklasisty od roku szkolnego 2018/2019, w tym dla uczniów z niepełnosprawnościami oraz w językach mniejszości narodowych.
- 4) Arkusze z egzaminu ósmoklasisty za lata 2019 i 2020, w tym arkusze egzaminacyjne dla uczniów z niepełnosprawnościami; dodatkowo do każdego rodzaju arkusza zamieszczono zasady oceniania.

- 5) Harmonogram, konsultacje i informacje – informacje m.in. o materiałach i przyborach pomocniczych, dostosowaniach egzaminu ósmoklasisty czy harmonogramie egzaminów.
- 6) Wyniki, sprawozdania – wyniki krajowe egzaminu ósmoklasisty z lat 2019 i 2020, rozkłady i parametry, wyniki według lokalizacji szkoły, wyniki centylowe, mapki z wynikami egzaminu ósmoklasisty.
- 7) Materiały dodatkowe – zestawy zadań powtórkowych oraz informacje o egzaminie ósmoklasisty z filmem dla uczniów niesłyszących.

Uczeń, który jest laureatem lub finalistą olimpiady przedmiotowej, zwycięzcą konkursów przedmiotowych o zasięgu wojewódzkim i ponadwojewódzkim, które były organizowane w zakresie jednego z przedmiotów objętych egzaminem ósmoklasisty, jest zwolniony z egzaminu z danego przedmiotu. Zwolnienie jest równoznaczne z uzyskaniem z przedmiotu najwyższego wyniku.

Uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, w tym uczniowie niepełnosprawni, niedostosowani społecznie oraz zagrożeni niedostosowaniem społecznym, a także uczniowie, o których mowa w art. 165 ust. 1 *Ustawy z dnia 14 grudnia 2016 r. Prawo oświatowe* (cudzoziemcy), przystępują do egzaminu ósmoklasisty na warunkach i/lub w formach dostosowanych do ich potrzeb.

Egzamin ósmoklasisty, przeprowadzany jest w formie pisemnej i obejmuje wiadomości i umiejętności określone w podstawie programowej kształcenia ogólnego w odniesieniu do wybranych przedmiotów nauczanych w klasach I–VIII. Do egzaminu ósmoklasisty przystępują uczniowie VIII klasy szkoły podstawowej. Jest to egzamin obowiązkowy, co oznacza, że każdy uczeń musi do niego przystąpić, aby ukończyć szkołę. Nie jest określony minimalny wynik, jaki uczeń powinien uzyskać, dlatego egzaminu ósmoklasisty nie można nie zdać.

5.4. Formy nauczania

Formy nauczania stanowią organizacyjną stronę nauczania i obejmują zewnętrzne warunki tego procesu, takie jak dobór uczniów i nauczycieli, połączenie uczniów w odpowiednie grupy, współpracę grup i jednostek ze sobą, rodzaj zajęć oraz warunki wynikające z miejsca i czasu pracy dydaktycznej. Dobór odpowiedniej formy nauczania zależy od wielu czynników: celów i zadań kształcenia, wyposażenia klasopracowni w środki dydaktyczne, liczby uczniów, miejsca i czasu pracy.

Kryteria podziału form organizacyjnych kształcenia stanowią: liczba uczniów, miejsce ich pracy oraz czas trwania zajęć dydaktycznych.

- 1) Ze względu na liczbę uczniów biorących udział w procesie dydaktycznym wyróżnia się:
 - nauczanie jednostkowe – uczeń realizuje określone zadania dydaktyczne indywidualnie, korzystając przy tym z bezpośredniej lub pośredniej pomocy nauczyciela;
 - nauczanie grupowe (zespołowe) – uczniowie tworzą grupy, których skład może być stały, zróżnicowany i równoważny; praca w zespołach zależy od dokładnego określenia zadania, wskazania lub dostarczenia źródeł i materiałów oraz sposobu pracy i kierowania jej przebiegiem;
 - nauczanie zbiorowe (wspólnym frontem) – uczniowie pracują wspólnie i zgodnie z wyznaczonym planem nauczania.
- 2) Ze względu na miejsce praca z uczniami odbywa się:
 - na zajęciach szkolnych – nauka w klasie podczas lekcji, praca w laboratorium badawczym;
 - na zajęciach pozalekcyjnych – koła matematyczne, zajęcia dydaktyczno-wyrównawcze, wycieczki, zajęcia na wyższej uczelni.

Nauczyciel matematyki w pracy z uczniami powinien wykorzystywać wszystkie formy aktywności uczniów, np. łączyć parami dwie odmiany każdej z nich – jednolitą i zróżnicowaną. Formy pracy powinny się wzajemnie uzupełniać, a nie wykluczać. Uczenie jest efektywne wówczas, gdy daje uczniom możliwość bycia twórczymi i kreatywnymi uczestnikami procesu nauczania.

Mentoring – forma wzajemnego wsparcia nauczycieli

W ramach działania m.in. szkoły ćwiczeń wyzwala się wśród nauczycieli potrzebę wzajemnej współpracy i dzielenia się bogactwem własnego warsztatu pracy oraz zdobytymi doświadczeniami.

Mentoring oznacza czasową, wzajemną relację między dwoma nauczycielami – doświadczonym w praktyce zawodowej i początkującym lub nowym, rozpoczynającym pracę w danej szkole.

Opieka nad nauczycielami matematyki może odbywać się w różnorodnych formach:

- 1) Stworzenie grupy wsparcia dla początkujących nauczycieli matematyki w szkole podstawowej.
Działania grupy obejmują pomoc w orientowaniu się w przestrzeni szkolnej i strukturze organizacyjnej szkoły, wspólne tworzenie dokumentacji szkolnej, poznanie kadry nauczycielskiej, zapoznanie z koncepcją funkcjonowania i rozwoju działalności szkoły.
- 2) Pomoc w prowadzeniu lekcji.
Działania grupy polegają na wspólnym przygotowywaniu materiałów dydaktycznych, uczestnictwie w zajęciach prowadzonych przez mentora w celu obserwacji, uczeniu się wprost z doświadczenia i praktyki mentora.

- 3) Organizacja warsztatów dla początkujących nauczycieli matematyki.
Działania grupy obejmują udział w różnych formach doskonalenia zawodowego, dostęp do dodatkowych źródeł materiałów dydaktycznych, w tym wymianę materiałów i wskazywanie różnych źródeł.
- 4) Uczestnictwo początkujących nauczycieli z różnych szkół w grupie wsparcia.
Działania grupy dotyczą umiejętnego nawiązania i utrzymywania kontaktów oraz współpracy z innymi lokalnymi szkołami, dzielenia się materiałami dydaktycznymi, wiedzą i doświadczeniem w formie warsztatów, seminariów, spotkań.
- 5) Komunikacja z dyrektorem szkoły.
Działania grupy obejmują konsultacje z dyrektorem szkoły, motywowanie młodych nauczycieli do poszerzania swojego warsztatu pracy.

Mentor motywuje początkującego nauczyciela do wzmocnienia poczucia własnej tożsamości jako nauczyciela, stawia przed nim wyzwania, prowokuje do refleksji nad metodami nauczania i zrozumienia wpływu pracy nauczyciela na wiedzę i umiejętności uczniów.

Przykład

Dzielenie się wiedzą i doświadczeniem w ramach pracy Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki

<http://www.snm.edu.pl/> [dostęp 08.11.2020].



Strona internetowa Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki dostarcza wielu ciekawych informacji na temat jego działalności. Istotą działania organizacji jest wspólna praca w celu ciągłej poprawy jakości nauczania matematyki w Polsce. Praca ta odbywa się w formie spotkań, warsztatów, dzielenia się doświadczeniem i wzajemnej pomocy.

Misją Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki jest:

- 1) Inicjowanie i popieranie wszelkich form badania i ulepszania metod i narzędzi nauczania matematyki.
- 2) Podnoszenie kwalifikacji zawodowych członków Stowarzyszenia i oddziaływanie w tym kierunku na inne osoby zajmujące się edukacją matematyczną.
- 3) Ułatwianie wymiany informacji i koleżeńskich kontaktów w środowisku nauczycieli, w szczególności tych, którzy uczą matematyki na różnych szczeblach nauczania.
- 4) Popularyzowanie w społeczeństwie matematyki oraz wiedzy o jej nauczaniu i uczeniu się, a także jej roli w kulturze europejskiej i innych społeczeństwach.
- 5) Upowszechnianie dziedzictwa kulturowego wywodzącego się z rozwoju myśli filozoficzno-matematycznej na przestrzeni wieków.
- 6) Reprezentowanie członków Stowarzyszenia, ich opinii i potrzeb, interesów i uprawnień wobec społeczeństwa i władz.

Struktura Stowarzyszenia obejmuje kilka oddziałów regionalnych: Bielski, Krakowski, Lubuski, Mazowiecki, Opolski, Radomski, Śląski. Istnieją również grupy robocze i koła takie jak m.in. Origami i matematyka. Odbýło się już ponad 20 Krajowych Konferencji Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki. Opolski Oddział Stowarzyszenia organizuje coroczne Gogolińskie Konwersatorium z Dydaktyki Matematyki dla nauczycieli matematyki i osób zainteresowanych jej nauczaniem czy Wojewódzkie Warsztaty Matematyczne.

Tutoring w szkole podstawowej

Tutoring szkolny polega na efektywnym wspieraniu pracy dydaktycznej oraz wychowawczo-opiekuńczej. Indywidualny opiekun ucznia, tzw. tutor, buduje prawidłowe relacje z uczniem na zasadzie współpracy i wsparcia podopiecznego. Dzięki temu poznaje jego potencjał i skutecznie pracuje nad rozwojem mocnych stron ucznia.

Istotą tutoringu są indywidualne spotkania, w trakcie których w atmosferze dialogu, tzn. szacunku i zaufania, tutor pomaga uczniowi poszukiwać własnej drogi do wiedzy, tożsamości oraz wielopłaszczyznowego rozwoju.

Do celów tutoringu zalicza się:

- 1) Ukończenie szkoły podstawowej z perspektywą ścieżki kariery życiowej.
- 2) Pomoc w dorastaniu, dojrzewaniu – budowaniu systemu wartości, podejmowaniu decyzji i braniu za nie odpowiedzialności.
- 3) Przejmowanie odpowiedzialności za własną naukę.
- 4) Budowanie pozytywnych relacji interpersonalnych w szkole i poza nią.

Na poszczególne etapy tutoringu składają się:

- 1) Poznanie podopiecznego – jego talentów, słabych i mocnych stron, stylu pracy, wartości, planów życiowych.
- 2) Wspólne wyznaczenie celów edukacyjnych – zaplanowanie działań: kontrakt, umowa.
- 3) Realizacja przyjętego planu współpracy – monitoring.
- 4) Podsumowanie efektów współpracy – ewaluacja.

Przykład tutoringu w szkole

- 1) Każdy uczeń ma swojego tutora, którego grupa podopiecznych nie przekracza 10 osób.
- 2) Indywidualne spotkania odbywają się minimum raz w tygodniu.
- 3) Raz w miesiącu wskazane jest zorganizowanie przez opiekuna spotkania grupowego wszystkich podopiecznych.
- 4) Matematyki uczą minimum 2 osoby (uczeń może wybrać nauczyciela, z którym chce pracować).
- 5) Ocenę końcową wystawiają wspólnie nauczyciel wraz z uczniem; jeżeli ocena zaproponowana przez nauczyciela jest niższa od oczekiwanej, uczeń może jej nie przyjąć i powtarzać zaliczenie w kolejnym terminie.

- 6) Twórcze zmagania ze sobą – refleksja nad minionym półroczem, na podstawie której wspólnie uczeń z tutorem ustalają ocenę z zachowania.

Gry dydaktyczne na lekcjach matematyki

Zgodne z poglądem W. Okonia gra dydaktyczna jest odmianą zabawy polegającą na ścisłym przestrzeganiu ustalonych wcześniej reguł, wymagającą wysiłku myślowego (Okoń, 1981). W grze najbardziej istotny jest konstytuujący ją element emocjonalny, pewien stopień napięcia, który wynika z samej zabawy, rywalizacji i chęci wygranej.

Wymienia się następujące cechy gry dydaktycznej:

- celowo organizowana sytuacja dydaktyczna, która pozwala osiągnąć założone cele dydaktyczno-wychowawcze;
- aktywność uczących się;
- interakcje między uczącymi się;
- pierwiastek rywalizacji – konkurencja między uczestnikami gry;
- dokładnie określone reguły;
- charakter zabawy, w której uczestniczenie stanowi dla uczącego się swego rodzaju przyjemność.

Gry dydaktyczne jako metoda aktywizująca uczniów powinny być w szkole wykorzystywane bardzo często, ponieważ są formą pracy indywidualnej lub grupowej, której celem jest zdobywanie i utrwalanie nowej wiedzy.

Wśród gier dydaktycznych można wyróżnić:

- quizowo-turniejowe;
- planszowe;
- sytuacyjne;
- decyzyjne;
- inscenizacyjne;
- komputerowe, np. logiczno-optymalizacyjne.

Przy pomocy gier dydaktycznych aktywizowane są różne funkcje poznawcze, takie jak: procesy myślenia, czyli tworzenie jednostek poznawczych w postaci schematów, obrazów umysłowych, symboli i pojęć, oraz kształtowanie się operacji logicznych, wyjaśnień i ocen. Gry dydaktyczne mają duże zastosowanie w rozwijaniu zdolności wskazywania różnych zależności i związków przyczynowo-skutkowych. Podczas gier i zabaw dzieci przyswajają sobie różne reguły, zapamiętują je i stosują w odpowiednim momencie. Gry sprawdzające wiadomości i umiejętności pozwalają zredukować poziom stresu towarzyszący klasycznym metodom sprawdzania i oceniania. Stosowanie gier dydaktycznych na lekcjach matematyki ma sens, gdy wartość gry polega na realizacji określonych zamiarów dydaktycznych.

Gry matematyczne można stosować, korzystając z zasobów internetowych.

Przykład 1

Portal Matematyczne Zoo

Matematyczny portal edukacyjny Matzoo.pl [dostęp 08.11.2020] dla uczniów szkół podstawowych zawiera ponad 500 tematów, których treści dotyczą zagadnień z podstawy programowej kształcenia ogólnego matematyki. Na portalu zastosowano system losowego generowania zadań do rozwiązania i automatycznej odpowiedzi zwrotnej dla użytkownika. Jest to bardzo dobre narzędzie, które sprawdza się w powtórkach przed sprawdzianami, samodzielnym nadrabianiu zaległości, jak również podczas zajęć szkolnych. Portal jest przydatny dla uczniów, ponieważ zachęca do rozwiązywania dużej liczby ćwiczeń. W trakcie lekcji uczniowie mogą wykonać bardzo wiele przykładów, które nauczyciel ocenia na podstawie liczby poprawnych i błędnych odpowiedzi.

Przykład 2

Platforma Ssula

Poziom gier matematycznych dostępnych na platformie Ssula, <https://www.ssula.pl/matematyka> [dostęp 08.11.2020] jest optymalny dla możliwości dziecka, dzięki czemu nauka staje się znacznie łatwiejsza. Wybór różnorodnych gier uczy zastosowania matematyki w codziennych sytuacjach. Zadania mają na celu wspieranie uczniów uzdolnionych matematycznie oraz uczniów mających trudności w uczeniu się. Gry online mają wpływ na polepszenie wyników edukacyjnych – wiele z nich zawiera zaawansowane metody pisemnego liczenia na ułamkach zwykłych i dziesiętnych, konstrukcje kątów i rysowanie graniastosłupów. Dostępne gry pozwalają również na opanowanie wiedzy z innych dziedzin nauki. Każda z proponowanych gier polega na przestrzeganiu ściśle określonych zasad, pozwala także na kształtowanie u uczniów umiejętności wszechstronnego analizowania dylematów i problemów matematycznych, stanowi przy tym dobrą zabawę, która równocześnie jest treningiem osiągnięcia wysokiej sprawności w działaniu.

5.5. Nauczanie matematyki w formie zdalnej

Nauczyciel w ramach realizacji nauczania w formie zdalnej, doskonalenia zawodowego oraz osiągnięcia kolejnych stopni awansu zawodowego jest zobowiązany do nabywania umiejętności stosowania w pracy narzędzi technologii informacyjno-komunikacyjnych. Narzędzia te można podzielić na kilka grup, wśród których funkcjonuje wiele ciekawych aplikacji umożliwiających przeprowadzanie lekcji online oraz współpracę uczniów z nauczycielami. Zalicza się do nich:

Microsoft Office 365

Darmowa wersja Office 365, która pozwala całej szkole na korzystanie w wariantcie online z wielu narzędzi, takich jak np. aplikacja Teams, umożliwiająca komunikację grupową, współdzielenie plików, ocenę pracy uczniów czy udostępnianie ekranu nauczyciela wszystkim uczniom.

Class Dojo

Darmowe narzędzie, które pozwala na nauczanie zdalne poprzez współpracę uczniów z nauczycielami. Nauczycielom udostępnia się zasoby, a rodzicom i uczniom umożliwia wysyłanie wiadomości. Aplikacja działa zarówno na urządzeniach systemu Android, iOS oraz na każdym komputerze, także w języku polskim.

Google Classroom

Intuicyjne narzędzie, dzięki któremu nauczyciel może prowadzić lekcje m.in w formie telekonferencji. Aplikacja pozwala na tworzenie wirtualnych klas, zadawania oraz oceniania prac domowych przez nauczycieli.

Khan Academy

Darmowa platforma do pracy z uczniem, wykorzystywana zarówno przez nauczycieli, jak i rodziców. Oferuje praktyczne ćwiczenia, filmy instruktażowe i panel indywidualnych planów nauczania, który daje uczniom możliwość pracy we własnym tempie, także poza klasą.

Scholaris

Portal wiedzy dla nauczycieli zawierający bezpłatne zasoby edukacyjne, dostosowane do wszystkich etapów kształcenia. Składa się z około 28 tys. pojedynczych interaktywnych materiałów, pomocnych w realizacji treści ze wszystkich przedmiotów na różnych poziomach edukacyjnych. Są to scenariusze lekcji, ćwiczenia, teksty, animacje, slajdy, symulacje, gry dydaktyczne czy filmy.

Uniwersytet Dzieci w Domu

Koordinowany jest przez Uniwersytet Jagielloński w Krakowie: <https://uniwersytetdzieci.pl/udwdomu> [dostęp 08.11.2020]. Stanowi innowacyjny program studiów do samodzielnej realizacji w bezpiecznych, domowych warunkach, w każdym zakątku Polski.

Każdy z trzech zestawów programu składa się z:

- 5 warsztatów tematycznych;
- pudełka edukacyjnego;
- elektronicznych materiałów dodatkowych: filmów oraz instrukcji głosowych do samodzielnego wykonania eksperymentów.

5.6. Metoda pytań i doświadczeń

Powstała we współpracy z naukowcami i ekspertami. Jej najważniejszym założeniem jest rozbudzanie u dzieci ciekawości, która potęguje chęć poznawania inspirującego świata nauki i odkrywania własnych pasji. Metoda rozwija myślenie naukowe, oparte na stawianiu pytań, planowaniu procesu badawczego i wyciąganiu wniosków z przeprowadzonych doświadczeń.

Metoda pytań i doświadczeń bazuje na pracy projektowej, która opiera się na schemacie badawczym: pomysł – plan – przebieg – wyciąganie wniosków – podsumowanie:

- 1) Pomysł – przedstawienie pytania tytułowego, które rozbudzi ciekawość dzieci i pozwoli wyłonić pytanie badawcze.
- 2) Plan – przygotowanie dzieci do pracy badawczej, dyskusji w zespołach nad sposobami rozwiązania problemu, przedstawienia przebiegu pracy oraz stworzenia opisu różnych strategii działania i przewidywanych rezultatów.
- 3) Przebieg – postawienie i weryfikacja hipotezy badawczej.
- 4) Wyciąganie wniosków – podsumowanie efektów prac poszczególnych grup, udzielenie odpowiedzi na pytanie badawcze, dyskusja nad możliwymi odpowiedziami i wskazanie dalszych kierunków poszukiwań (ćwiczenie przy tym sztuki prezentacji i udzielania odpowiedzi na pytania słuchaczy).
- 5) Podsumowanie – przypomnienie celu zajęć oraz przegląd wniosków; poznanie użyteczności zdobytej wiedzy i możliwości jej wykorzystania.

Dzięki współpracy w grupach dzieci uczą się skutecznego działania i planowania. Rozwijają również przedsiębiorczość i kreatywność.

5.7. Samodzielne zdobywanie wiedzy przez uczniów

Technika doświadczeń poszukujących

Celestyn Freinet w swojej koncepcji pedagogicznej uwzględnił naturalne sposoby zdobywania wiedzy. Z kolei zgodnie z poglądem Haliny Semenowicz, prekursorki stosowania technik Freineta, technika pedagogiczna jest pojęciem szerszym, obejmującym: metodę, organizację pracy, narzędzia i osobę, która się nimi posługuje.

Technika doświadczeń poszukujących wyzwala w uczniach aktywność twórczą, sprzyja uczeniu się zachowań niekonwencjonalnych i niestandardowych. Lekcja prowadzona z użyciem tej techniki może się odbywać w następujący sposób (Filipiak, Smolińska-Rębas, 2000):

- 1) Pobudzanie i ukierunkowanie aktywności własnej dzieci – zainteresowanie przedmiotem, osobą, tematem, zdarzeniem itp.; ustalenie, w jaki sposób można poszukiwać informacji; zwerbalizowanie potrzeby poznawczej i form aktywności.
- 2) Organizowanie środowiska informacyjnego przez nauczyciela i dzieci – stworzenie w klasie kąca zainteresowań, wyposażenie klasy w materiały dydaktyczne.

- 3) Działalność poznawcza (odkrywcza) uczniów ukierunkowana kartą pracy – indywidualna lub zbiorowa analiza materiałów źródłowych, prowadzenie doświadczeń, obserwacji i eksperymentów.
- 4) Działalność i aktywność praktyczna – uporządkowanie, segregowanie, wyrażanie zebranych informacji, np. w formie notatki, naturalnych zbiorów.
- 5) Przeżywanie i aktywność emocjonalna – przedstawienie przed całą klasą samodzielnie zebranych i opracowanych materiałów.
- 6) Aktywność emocjonalna, poznawcza i praktyczna – analiza materiałów zebranych przez poszczególne zespoły, porządkowanie według przyjętego kryterium, wybór form wyrażenia materiałów, wyrażenie materiałów, np. w formie folderu.

Szczególnym elementem, charakterystycznym dla uczenia się techniką doświadczeń poszukujących, jest kartoteka fiszek problemowych.

W pracowni matematycznej można utworzyć kącik zainteresowań, w którym każdy uczeń, w tym uczeń z niepełnosprawnościami i innymi deficytami rozwojowymi, może nabywać wiedzy, utrzymywać podstawowe pojęcia matematyczne, mieć przestrzeń do twórczego zdobywania nowych umiejętności czy weryfikować postawione hipotezy.

Kącik może zostać podzielony na 13 stacji dydaktycznych, opartych na podstawie programowej kształcenia ogólnego matematyki na II etapie edukacyjnym w klasach IV–VI:

- I. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym.
- II. Działania na liczbach naturalnych.
- III. Liczby całkowite.
- IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne.
- V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych.
- VI. Elementy algebry.
- VII. Proste i odcinki.
- VIII. Kąty, wielokąty, koła i okręgi.
- IX. Bryły.
- X. Obliczenia w geometrii.
- XI. Obliczenia praktyczne.
- XII. Elementy statystyki opisowej.
- XIII. Zadania tekstowe.

Dla klas VII–VIII kącik można wzbogacić materiałami dotyczącymi zagadnień takich jak:

- I. Potęgi o podstawach wymiernych.
- II. Pierwiastki.
- III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi.
- IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne.
- V. Obliczenia procentowe.

- VI. Równania liniowe. Proporcjonalność prosta.
- VII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.
- VIII. Wielokąty.
- IX. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie.
- X. Geometria przestrzenna.
- XI. Kombinatoryka i prawdopodobieństwo. Zaawansowane metody zliczania.
- XII. Długość okręgu i pole koła.
- XIII. Symetrie.
- XIV. Rachunek prawdopodobieństwa.

Kącik matematyczny może być poszerzony o innowacyjne środki dydaktyczne, a także multimedialne źródła wiedzy. Poszczególne stacje dydaktyczne należy wtedy rozbudować, wyposażając je w narzędzia do eksperymentowania i doświadczania świata, które pozwolą na nabywanie umiejętności wykraczających poza podstawę programową kształcenia ogólnego matematyki.

Portfolio lub e-portfolio ucznia

Polega na gromadzeniu przez uczniów materiałów na wybrany temat. Uczniowie korzystają z różnych źródeł informacji, a zebrane wiadomości, kserokopie, zdjęcia czy ilustracje umieszczają w teczce lub folderze komputerowym. Tego typu działanie wymaga stałego segregowania i wartościowania uzyskanych informacji, w związku z czym metoda kształtuje umiejętność porządkowania wiadomości. Uczniowie mogą także wymieniać się materiałami, dzięki czemu uczą się współpracy w zespole. Warto polecić uczniom aplikacje internetowe pomagające przygotować e-portfolio, np. <https://issuu.com> lub <https://www.storyjumper.com/> [dostęp 08.11.2020].

Portfolio może być również interpretowane jako zbiór materiałów na określony temat, zbiór prac ucznia przedstawiający jego wysiłek, postępy lub osiągnięcia, może też stanowić dokumentację pracy ucznia lub grupy uczniów na wybrany lub wyznaczony temat.

Przykładowe tematy z dziedziny matematyki, do których uczeń może zgromadzić materiały w portfolio:

- 1) Niedziesiątkowe systemy liczbowe.
- 2) Metody rozwiązywania sudoku.
- 3) Tangram i jego zastosowanie.
- 4) Bryły obrotowe i ich zastosowanie w życiu codziennym.
- 5) Różne sposoby dowodzenia twierdzeń geometrycznych.
- 6) Analiza gier liczbowych, np. szansa wygrania szóstki w Lotto.
- 7) Metody rozwiązywania zadań tekstowych – zadania wraz z rozwiązaniami.

W skład portfolio mogą wchodzić zestawy różnych elementów, np.:

- 1) Różnego rodzaju graficzne przedstawienia problemów.
- 2) Materiały ilustracyjne, np. fotografie, rysunki.
- 3) Notatki dotyczące samodzielnych rozwiązań.
- 4) Przykłady, w których widać pomysł i jego modyfikację od początku do ostatecznego kształtu.
- 5) Rozbudowany spis treści, prezentujący wszystkie materiały ostatecznie zgromadzone w teczce oraz krótkie (jednozdaniowe) uzasadnienie ich wyboru.

Zawartość portfolio jest uzależniona od wieku uczniów. Praca nad nim wymaga czasu na zbieranie doświadczeń, jednak znacząco wpływa na planowanie samorozwoju ucznia.

6. Innowacyjne rozwiązania w nauczaniu matematyki

6.1. Definicja i zakres działań innowacyjnych

Zgodnie z definicją innowacja pedagogiczna oznacza każde nowatorskie rozwiązanie programowe, organizacyjne lub metodyczne mające na celu poprawę jakości pracy szkoły. Regulacje prawne dotyczące innowacyjnych rozwiązań dydaktycznych umożliwiających skuteczne rozwijanie kompetencji matematycznych uczniów w szkole podstawowej, z uwzględnieniem wykorzystania nowoczesnych technologii, zawiera *Ustawa z dnia 14 grudnia 2016 r. Prawo oświatowe*.

Art. 1 pkt 18 ustawy podkreśla konieczność zapewnienia przez system oświaty kształtowania postaw przedsiębiorczości i kreatywności uczniów, sprzyjających ich aktywnemu uczestnictwu w życiu gospodarczym, w tym poprzez stosowanie w procesie kształcenia innowacyjnych rozwiązań programowych organizacyjnych lub metodycznych.

Art. 44 ust. 1 pkt 3 opisuje obowiązek tworzenia przez szkoły i placówki warunków do rozwoju aktywności, w tym kreatywności uczniów.

W treści art. 55 ust. 1 pkt 4 została określona możliwość wspierania nauczycieli, w ramach nadzoru pedagogicznego, w realizacji zadań służących poprawie istniejących lub wdrożeniu nowych rozwiązań w procesie kształcenia, przy zastosowaniu nowatorskich działań programowych, organizacyjnych lub metodycznych, których celem jest rozwijanie kompetencji uczniów oraz nauczycieli.

Z kolei w art. 69 ust. 1 pkt 9 zaznaczono obowiązek stwarzania przez dyrektora szkoły warunków do działania w szkole lub placówce: wolontariuszy, stowarzyszeń i innych organizacji,

w szczególności organizacji harcerskich, których celem statutowym, oprócz działalności wychowawczej lub rozszerzania i wzbogacania form działalności dydaktycznej, wychowawczej i opiekuńczej szkoły lub placówki, jest również rozszerzanie i wzbogacanie form działalności innowacyjnej.

Wyróżnia się kilka rodzajów innowacji:

- 1) Przekształcenie – rodzaj zmiany innowacyjnej niebędącej jedynie prostym zastąpieniem jednych elementów przez drugie, ale obejmującej wyraźnie jakościowe zmiany w obszarze podejmowanych działań.
- 2) Poszerzenie – rozszerzenie podejmowanych działań pedagogicznych o wszystko, co jest niezbędne, a nie musi stanowić wyrażnej nowości.
- 3) Uzupełnienie – wprowadzenie czegoś nowego do istniejącego stanu czy ogółu stosowanych rozwiązań bez podważania w istotnym stopniu ich podstawowego znaczenia i użyteczności.
- 4) Zastąpienie – zamiana jednego rozwiązania na drugie.
- 5) Eliminacja – wyłączenie, usuwanie, wykluczenie pewnych elementów spośród innych.
- 6) Dostosowanie – dostrojenie dotychczasowych działań do postaci, którą można określić jako odpowiednią, adekwatną do aktualnie istniejącego stanu rzeczy.
- 7) Wzmocnienie – umocnienie działań nowych, aby stały się odporniejsze na zniszczenie.
- 8) Integracja – wszelkie procesy tworzenia określonych całości z jakichś części.

Od 1 września 2017 r. procedura wdrażania innowacji jest uproszczona – została określona jako działalność wynikająca z celów i zadań szkoły, nastawiona na efekt i podniesienie jakości pracy szkoły, podlegająca nadzorowi pedagogicznemu.

6.2. Innowacje organizacyjne na lekcjach matematyki

Zmodyfikowana struktura lekcji

Lekcja matematyki prowadzona w szkole podstawowej może przyjąć następującą strukturę:

- 1) Zainteresowanie – czynności organizacyjne, przygotowanie uczniów do pracy, koncentracja uwagi, nawiązanie do poprzedniej lekcji.
- 2) Specyfikacja celów – określenie celów do osiągnięcia oraz planowanych efektów lekcji.
- 3) Specyfikacja treści – dążenie do osiągnięcia celu końcowego, sformułowanie pytań kluczowych, problemów i zagadnień, stworzenie sytuacji problemowej.
- 4) Wdrażanie procesu – ustalenie planu pracy, czyli odpowiedniej sekwencji zadań służących do osiągnięcia celu końcowego, formułowanie hipotez będących próbami wyjaśnienia postawionego problemu.
- 5) Realizacja pomysłów – weryfikacja hipotez, sprawdzanie pomysłów na rozwiązanie zadania na drodze empirycznej, wykonanie zadania.

- 6) Prezentacja – dzielenie się zdobytą wiedzą i doświadczeniem z innymi uczniami.
- 7) Ocena i ewaluacja zastosowanych procedur i narzędzi – może być realizowana w ciągu całej jednostki lekcyjnej.

Lekcje matematyki z wykorzystaniem metody ICT

ICT (ang. *Information and Communication Technologies*) to wykorzystywanie narzędzi technologii informacyjno-komunikacyjnych, które dziś stanowią integralny składnik nauczania. W codziennej pracy nauczyciel powinien wykorzystywać różnorodne narzędzia ICT, które:

- wspierają komunikację między uczniami a nauczycielem oraz między samymi uczniami za pomocą np. poczty elektronicznej, komunikatorów czy serwisów społecznościowych;
- wykorzystują internet jako źródło wiedzy niezbędne podczas poszukiwania informacji na określony temat;
- polegają na prowadzeniu wpisów w serwisie społecznościowym – na Twitterze lub prowadzeniu bloga.

Wprowadzanie nowych rozwiązań technologicznych i dydaktycznych do szkoły jest zależne od zgodności tych rozwiązań z podstawą programową kształcenia ogólnego matematyki i realnymi zadaniami szkoły. Aby uczniowie mogli właściwie korzystać z własnego sprzętu, powinni najpierw być nauczeni pracy z informacjami. Niezbędne jest również stworzenie kompleksowych rozwiązań dla uczniów, którzy nie mają własnego sprzętu.

Stosowanie różnorodnych narzędzi ICT znacznie zwiększa zaangażowanie uczniów, podnosi wyniki nauczania i powoduje, że uczeń staje się bardziej niezależny. Bywa, że wykorzystanie tych narzędzi zachęca uczniów do indywidualnej nauki i samodoskonalenia, a także ułatwia współpracę uczniów, co sprawia, że stają się bardziej aktywni.

Hot Potatoes

Ciekawe narzędzie do wykorzystania w szkole na zajęciach różnych przedmiotów, w tym na matematyce: <https://hotpot.uvic.ca/> [dostęp 08.11.2020]. Aplikacja jest pakietem sześciu programów przeznaczonych do tworzenia interaktywnych quizów, takich jak:

- testy wyboru,
- ćwiczenia na dobieranie,
- rozsypanki wyrazowe,
- zadania z luką,
- zadania krótkiej odpowiedzi,
- krzyżówki.

Ćwiczenia wykonane z użyciem tego narzędzia działają w zwykłej przeglądarce internetowej. Pakiet jest bezpłatny dla użytkowników non-profit.

Przykład**Scenariusz lekcji z wykorzystaniem metody ICT****Temat:** *W wirtualnym sklepie***Czas trwania:** 45 minut**Klasa:** VII**Cel ogólny:** Obliczanie cen towarów po obniżce o zadany procent.**Cele szczegółowe. Uczeń:**

- używa w pracy narzędzi technologii komunikacyjno-informacyjnej;
- wykracza w swojej pracy poza formalną edukację;
- rozwiązuje zadania na podstawie informacji z tabeli, diagramu, wykresu;
- kształtuje umiejętność korzystania z różnych źródeł informacji;
- stosuje umiejętności w problemowych sytuacjach praktycznych;
- zwraca uwagę na naturę ludzkiej pracy;
- oblicza procent danej liczby w sytuacjach z życia codziennego.

Metody pracy:

- metoda ICT;
- metody eksponujące: prezentacja, technika doświadczeń poszukujących.

Formy pracy:

- zbiorowa;
- indywidualna: jednolita i zróżnicowana.

Środki dydaktyczne:

- kartki z poleceniami dla uczniów,
- komputery z dostępem do internetu,
- karty ewaluacji.

Przebieg lekcji:

- 1) Zainteresowanie uczniów (czynności organizacyjne, koncentracja uwagi, wprowadzenie). Nauczyciel prowadzi pogadankę na temat różnych sposobów robienia zakupów. Uczniowie w parach ustalają zalety i wady kupowania w sklepie stacjonarnym oraz w sklepie internetowym.
- 2) Specyfikacja celów (określenie celów długo- i krótkoterminowych oraz planowanych wytworów lekcji). Po zakończeniu zajęć uczniowie będą znali zasady bezpiecznego wykonywania zakupów oraz przeprowadzania transakcji, prócz tego będą potrafili wykonywać obliczenia procentowe.

- 3) Specyfikacja treści (dążenie do osiągnięcia celu końcowego – sformułowanie pytań, problemów i zagadnień). Nauczyciel formułuje pytania kluczowe:
 - Czy robienie zakupów w sieci jest bezpieczne?
 - W jakim stopniu płatności online są bezpieczne?
 - Jak obliczyć opłacalność oferowanych produktów?
 - Który rodzaj dostawy jest najbardziej wygodny, a który najbardziej opłacalny?
- 4) Wdrażanie procesu (plan wykonania zadania – odpowiednia sekwencja zadań do osiągnięcia celu końcowego). Nauczyciel rozdaje uczniom kartki z poleceniami. Uczniowie indywidualnie, za pomocą komputera, rozwiązują określone zadania. Zadania do wykonania przez uczniów:
 - Wybierz jeden sklep internetowy i zapoznaj się z regulaminem robienia zakupów.
 - Znajdź produkty, które są przecenione i zapełnij wirtualny koszyk kwotą maksymalnie 500 zł.
 - Oblicz, ile zapłaciłbyś, gdyby nie było promocji.
 - Wyznacz, ile procent zaoszczędzisz, jeżeli kupisz produkty w promocji.
 - Zapoznaj się z różnymi metodami dostawy produktu.
 - Ustal różne sposoby dokonywania płatności za zrobione zakupy.
- 5) Realizacja pomysłów (weryfikacja hipotez, wykonanie zadania). Każdy uczeń indywidualnie wykonuje polecenia, zajmuje się innym rodzajem produktu w zależności od wybranego sklepu. Uczniowie rozwiązują zadania, pracując zgodnie z poleceniami podanymi przez nauczyciela.
- 6) Prezentacja (dzielenie się wiedzą i doświadczeniem z innymi uczniami).
Na zakończenie pracy uczniowie przedstawiają przygotowane obliczenia na forum klasy. Nauczyciel prosi wybranych uczniów o zaprezentowanie wybranych produktów, cen oraz sposobu obliczeń. Uczniowie tworzą plakat na temat procedur bezpiecznego wykonywania zakupów w internecie.
- 7) Ewaluacja zastosowanych procedur i narzędzi (może być prowadzona podczas całej jednostki lekcyjnej) i ocena pracy uczniów.
Nauczyciel podsumowuje i ocenia pracę uczniów. Następnie wywiesza w widocznym miejscu klasy trzy koperty i daje uczniom po trzy kartki, na których uczniowie wpisują dokończenie stwierdzeń:
 - mocną stroną lekcji było.....
 - słabą stroną lekcji było.....
 - chciałbym zmienić w lekcji.....
 Uczniowie wkładają kartki z zapisanymi skojarzeniami do wywieszonych kopert.

Matematyczna platforma edukacyjna

Głównym celem matematycznej platformy edukacyjnej jest wspomaganie wszechstronnego i harmonijnego rozwoju ucznia poprzez kontakt z matematyką. Wdrażanie narzędzia odbywa się w trakcie cyklicznych spotkań w wymiarze 1 godziny tygodniowo. Uczniowie

w trakcie zabawy, rozwiązywania łamigłówek czy ciekawych zadań logicznych i tekstowych przygotowują się do świadomego i krytycznego korzystania z osiągnięć nauk matematycznych, a także odkrywają wpływ matematyki na życie codzienne.

Na działania podejmowane w ramach matematycznej platformy edukacyjnej składają się:

- stosowanie metod efektywnego uczenia się;
- stosowanie narzędzi technologii informacyjno-komunikacyjnej;
- wymiana wiedzy i doświadczeń;
- korzystanie z portalu: <https://www.teacherled.com/> [dostęp 08.11.2020].

Do celów szczegółowych realizowanych za pomocą matematycznej platformy edukacyjnej należą:

- 1) Przygotowanie uczniów do świadomego wykorzystywania matematyki w życiu codziennym.
- 2) Wprowadzenie umiejętności mało znanych i stosowanych, jak np. sztuka szybkiego liczenia w pamięci.
- 3) Odkrywanie efektywnych narzędzi rozwiązywania problemów.
- 4) Rozwijanie wyobraźni i nauka logicznego myślenia.
- 5) Rozszerzenie wiedzy w zakresie podstawowych pojęć związanych z matematyką.
- 6) Rozwijanie postaw społecznych, współdziałania w grupie.

Udział w zajęciach z wykorzystaniem platformy pozwoli uczniom poznać matematykę w wymiarach takich jak:

- 1) Tworzenie własnych zabaw i gier matematycznych.
- 2) Aktywizacja w przełamaniu wewnętrznych oporów uczniów oraz dostrzeżeniu własnej wartości.
- 3) Rozwinięcie zdolności skupiania uwagi, wysiłku w celu doprowadzenia do końca podjętego działania.
- 4) Wdrożenie do logicznego myślenia, wyrobienie umiejętności spostrzegania i rozumienia związków między wielkościami.
- 5) Rozbudzenie matematycznych zainteresowań.
- 6) Nabycie umiejętności matematycznej dociekliwości, precyzji, dostrzegania zasad i analogii.

Portal teacherled.com

Portal oferuje ciekawe narzędzia dotyczące:

- podstaw liczenia – wyboru łatwych w użyciu, klasycznych zasobów dydaktycznych;
- nauczania i wyjaśniania pojęć poszczególnym osobom lub całym klasom przy użyciu tabletów, komputerów lub tablic;
- zagadnień matematycznych, związanych z utrwalaniem wiedzy i sprawdzaniem zrozumienia.

Inne narzędzia zaczerpnięte z portalu, wykorzystywane w realizacji działań innowacyjnych:

- rysunek izometryczny,
- siatka mnożenia,
- geoboard,
- czas,
- czytanie wag.

Platforma Moodle

Na platformie Moodle może odbywać się komunikacja oraz spotkania z uczniami. Nauczyciel ma sposobność zamieszczania własnych zadań praktycznych, tworzenia dodatkowych materiałów dydaktycznych, sprawdzania wiedzy uczniów oraz wykorzystywania narzędzi ewaluacyjnych.

Do wykorzystania przez nauczyciela są także zasoby platformy: <https://toytheater.com/> [dostęp 08.11.2020]. Platforma oferuje kolekcję interaktywnych gier edukacyjnych. Wszystkie gry są bezpłatne i przeznaczone do pracy na komputerach stacjonarnych, tabletach i urządzeniach mobilnych.

Gry matematyczne służą do nauki dodawania, odejmowania, mnożenia tworzenia wykresów liniowych czy piktogramów. W ten sposób za pomocą gier i narzędzi online, które wzbogacają proces edukacyjny, uczeń poznaje podstawy matematyki.

Projekty edukacyjne realizowane za pomocą platform edukacyjnych

Przykład

Projekt POWER 4

Projekt realizowany przez Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej: <https://power.mini.pw.edu.pl/#/regulamin> [dostęp 08.11.2020], przeznaczony dla uczniów klas IV szkół podstawowych i ich nauczycieli matematyki.



Źródło: <https://power.mini.pw.edu.pl/#/> [dostęp 08.11.2020]

W projekcie mogą uczestniczyć uczniowie szkół, które za pośrednictwem gminy lub konsulatu podpisały umowę z Politechniką Warszawską. W projekcie mogą brać udział szkoły uczące w języku polskim, zlokalizowane w dowolnym miejscu zarówno w kraju, jak i za granicą. Pierwszeństwo mają szkoły z terenów wiejskich.

Projekt podzielony jest na dwie części:

- 1) Indywidualna nauka matematyki w autorskim systemie e-learningowym, koordynowana przez organizatora projektu.
- 2) Zajęcia warsztatowe, które odbywają się w budynku Wydziału Matematyki i Nauk Informatycznych Politechniki Warszawskiej.

Nauka matematyki dostępna jest online dla wszystkich uczestników projektu. Zadania podzielone zostały na moduły, które są systematycznie udostępniane uczniom do indywidualnego rozwiązywania na komputerach z dostępem do internetu. Do udziału w części warsztatowej zostają zaproszeni wybrani uczestnicy, którzy udzielą odpowiedzi na wszystkie zadania matematyczne oraz wykażą się największym zaangażowaniem.

Dla uczniów klas IV–VI z warszawskich szkół podstawowych przewidziano udział w zajęciach dodatkowych, dostosowanych do potrzeb indywidualnych danego uczestnika. Zajęcia mają pomóc w realizacji podstawy programowej kształcenia ogólnego matematyki.

Projekt zakłada korzystanie z platformy, która bazuje na sztucznej inteligencji: <https://zeszyt.online/#/> [dostęp 08.11.2020]. Innowacyjność projektu polega na dostosowaniu poziomu trudności kolejnych matematycznych zadań z wykorzystaniem sztucznej inteligencji do wiedzy konkretnego ucznia. W ten sposób uczniowie, którzy dobrze opanowali dany materiał, otrzymują ćwiczenia będące dla nich wyzwaniem. Z kolei uczniowie mający z matematyką problemy, mogą szybko poznać ich przyczynę i nadrobić zaległości. System nie podaje od razu gotowych rozwiązań, tylko tak prowadzi użytkownika, by ten samodzielnie był w stanie udzielić właściwej odpowiedzi. Platforma posiada rozbudowany system motywacji uczniów, ponieważ podczas rozwiązywania zadań uczniowie otrzymują wirtualne nagrody.

Oddział z zaawansowaną matematyką i elementami programowania

Coraz więcej placówek szkolnych już na etapie szkoły podstawowej tworzy profile kształcenia. W ten sposób od najmłodszych lat dziecko ma możliwość rozwijania swoich pasji. Nie są to profile, które w zasadniczy sposób determinują przyszłe wybory edukacyjne uczniów, ale mają za zadanie stworzyć im szersze możliwości rozwijania zainteresowań. Do najpopularniejszych klas profilowanych w szkołach podstawowych zalicza się: matematyczno-informatyczne, językowo-dziennikarskie, językowo-informatyczne, artystyczne, sportowe, politechniczne, ekologiczne czy klasy z programem integracji dla dzieci niepełnosprawnych.

Co istotne, powstanie różnych profili w szkołach podstawowych jest odpowiedzią na zainteresowania uczniów i nie ma konsekwencji w postaci konieczności zdawania dodatkowych przedmiotów na egzaminie ósmoklasisty.

Proponuje się utworzenie klasy politechnicznej, skupiającej uczniów, którzy są zainteresowani matematyką, informatyką i przyrodą. W ramach funkcjonowania takiej klasy przewidziane są następujące działania:

- 1) Cykliczne zajęcia „Robotyka”, podczas których uczniowie rozwijają kompetencje informatyczne i techniczne poprzez naukę programowania.
- 2) Realizacja programu nauczania matematyki w oparciu o innowację pedagogiczną.
- 3) Objęcie klasy patronatem uczelni wyższej, wraz ze ścisłą współpracą nauczycieli szkoły z nauczycielami akademickimi.
- 4) Nauczanie matematyki w zwiększonym wymiarze godzin, powstałym z godzin do dyspozycji dyrektora szkoły.
- 5) Używanie podczas lekcji nowoczesnych technologii informacyjno-komunikacyjnych.
- 6) Prowadzenie niektórych lekcji wyłącznie w języku angielskim.
- 7) Wykonywanie przez uczniów części prac za pomocą platformy edukacyjnej.
- 8) Doskonalenie i poszerzanie wiedzy uczniów poprzez udział w:
 - konkursach i zawodach matematycznych, np. „Kangur”;
 - warsztatach organizowanych przez uczelnię wyższą, z którą szkoła ma podpisaną umowę współpracy;
 - kole naukowym przygotowującym do egzaminu ósmoklasisty, prowadzonym przez ekspertów oraz egzaminatorów Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej.

„Zdobywamy matematyczne szczyty” – kompleksowe przygotowanie uczniów do egzaminu ósmoklasisty z matematyki

Innowacja prowadzona w formie fakultetu w wymiarze 1 godziny tygodniowo. Podczas zajęć uczniowie pracują indywidualnie lub grupowo nad powtórzeniem treści kształcenia oraz próbnymi arkuszami egzaminu ósmoklasisty.

Głównym celem zajęć jest przygotowanie ósmoklasistów do egzaminu z matematyki poprzez kształcenie m.in. umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem, korzystania z posiadanej wiedzy w praktyce oraz utrwalania treści zawartych w podstawie programowej matematyki dla II etapu edukacyjnego.

Do celów szczegółowych zajęć zaliczane są:

- wyrównywanie braków edukacyjnych z zakresu wiedzy matematycznej,
- kształtowanie umiejętności logicznego myślenia,
- kształtowanie umiejętności wykorzystania wiedzy w rozwiązywaniu typowych problemów matematycznych,

- wdrażanie do systematycznej i wytrwałej pracy,
- rozwijanie wyobraźni przestrzennej uczniów i nabywanie umiejętności zapamiętywania,
- ukazywanie ciekawych i praktycznych stron matematyki,
- wskazywanie źródeł pomocy w nauce matematyki,
- kształtowanie poczucia własnej wartości,
- wdrażanie do prawidłowej organizacji pracy.

Wiedzę uczniów można podsumować na wyjazdowych warsztatach ósmoklasisty, podczas których uczniowie rozwiązują zadania oraz przykładowe arkusze egzaminacyjne z matematyki. Warsztaty są okazją nie tylko do wytrwałej nauki, ale czasem wspólnych i inspirujących do działania rozmów. Owocem warsztatów wyjazdowych są pokazy i prezentacje podczas wydarzeń szkolnych.

Przykład

Dodatkowe zajęcia matematyczne organizowane przez wyższą uczelnię

W roku szkolnym 2020/2021 Katedra Nauczania Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej zaprosiła uczniów szkół podstawowych z województwa lubelskiego do uczestnictwa w zajęciach „Korki z matmy”, przygotowujących do egzaminu ósmoklasisty z matematyki. Założeniem przedsięwzięcia jest udział każdego uczestnika w 10 spotkaniach w wymiarze dwóch godzin lekcyjnych. Korzystanie z zajęć jest bezpłatne, a dodatkowo materiały szkoleniowe są dostępne na dedykowanej platformie e-learningowej.

W roku szkolnym 2020/2021 pracownicy Katedry Nauczania Matematyki i Informatyki UMCS zaprosili ponadto uczniów szkół podstawowych z województwa lubelskiego do udziału w zajęciach Koła Olimpijskiego i Warsztatów Olimpijskich, przygotowujących do startu w konkursach matematycznych.

Zajęcia prowadzone w ramach Koła Olimpijskiego dla uczniów klas IV–VII odbywają się stacjonarnie w Instytucie Matematyki na Wydziale Matematyki, Fizyki i Informatyki UMCS. Planuje się uruchomienie czterech grup liczących po 25 osób.

Warsztaty olimpijskie dla uczniów klas IV–VII są realizowane zdalnie w czterech grupach wiekowych po 20 osób. Uczestnicy mają dostęp do materiałów umieszczanych na dedykowanej platformie e-learningowej oraz możliwość zdalnego uczestnictwa w zajęciach i konsultacjach.

Warsztaty olimpijskie dla uczniów klas VIII odbywają się stacjonarnie w Instytucie Matematyki UMCS w dwóch 25-osobowych grupach. Jednocześnie są transmitowane online, umożliwiając zdalny udział dodatkowym 40 uczniom. Podobnie jak w przypadku

warsztatów „Korki z matmy”, udział w tych zajęciach jest bezpłatny. Taki rodzaj aktywności dydaktycznej – w formie wykładów, prelekcji, pokazów i ćwiczeń – jest nie tylko szansą na zdobycie przez uczniów szerokiej wiedzy naukowej, ale stanowi także możliwość skorzystania z zasobów wielu pracowni wyposażonych w specjalistyczny sprzęt.

Młodzieżowa Akademia Talentów

<https://media.enea.pl/pr/482356/poznalismy-zwyciezcow-trzeciej-edycji-enei-akademii-talentow> [dostęp: 08.07.2021].



To inicjatywa mająca na celu wsparcie uzdolnionych uczniów, zorganizowana przez firmę Enea oraz Fundację Enei, a jej celem jest wspieranie młodych talentów. Działania kierowane są bezpośrednio do dzieci i młodzieży oraz szkół i organizacji, które chcą rozwijać talenty i pasje swoich podopiecznych. Celem akcji jest wspieranie najlepszych uczniów w rozwoju ich talentów i zainteresowań, poczuciu własnej wartości w społeczności szkolnej i lokalnej, a także kształtowanie aktywnej postawy społecznej dzieci i młodzieży, inspirowanie do działania poprzez popularyzowanie pozytywnych wzorców oraz doprowadzenie do wzrostu aspiracji edukacyjnych i aktywności uczniów. Zdobywanie grantu dla uczniów oraz szkół odbywało się w III etapach:

- I – zgłoszenie utalentowanych uczniów w jednej z trzech kategorii: nauka, sztuka, sport.
- II – przygotowanie zadania konkursowego – prezentacji w formie filmu wideo, w której uczeń przedstawiał, w jaki sposób przyznane stypendium wspomaga rozwój jego talentów i pasji.
- III – wyłonienie po 6 zwycięzców w każdej kategorii i przyznanie nagród podczas Wielkiej Gali Talentów.

Laureatami inicjatywy najczęściej zostają matematycy, programiści i informatycy. Uczniowie często łączą pasje, wygrywając jednocześnie w wielu konkursach. Jak podkreślają organizatorzy, ogromną wartością projektu jest fakt, że utalentowani młodzi ludzie przestają być anonimowi, co jest bardzo motywujące do dalszego działania, rozwoju i pracy nad swoim talentami i zdolnościami.

Patronat honorowy nad projektem objęli m.in.: Minister Edukacji Narodowej, Minister Energii, Rzecznik Praw Dziecka oraz kuratoria oświaty z kilku województw w całej Polsce.

Stypendia w ramach programu „Wspieramy najlepszych”

Stypendia przyznawane są uczniom i uczennicom szkół podstawowych i ponadpodstawowych z województwa opolskiego w ramach Regionalnego Programu Operacyjnego Województwa Opolskiego 2014–2020 i finansowane ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego oraz budżetu samorządu województwa opolskiego. Kierowane są do uczniów szczególnie uzdolnionych w zakresie nauk matematycznych, przyrodniczych, informatycznych, języków obcych nowożytnych, przedsiębiorczości lub przedmiotów z dziedziny technologii informacyjno-komunikacyjnych, dla których niekorzystna sytuacja materialna stanowi barierę w rozwoju edukacyjnym.

Stypendia są przekazywane na cele edukacyjne w formie finansowej i dotyczą danego roku szkolnego. Mogą być wykorzystane na całkowite lub częściowe pokrycie kosztów:

- zakwaterowania w bursie, internacie lub na stancji;
- posiłków w stołówce szkoły, internatu lub prowadzonej przez inny podmiot;
- przygotowania do konkursów i olimpiad przedmiotowych;
- zajęć pozalekcyjnych i pozaszkolnych;
- zakupu słowników, podręczników i przyborów szkolnych;
- związanych z transportem do i ze szkoły w środkach komunikacji zbiorowej;
- innych kosztów związanych z pobieraniem nauki w szkole oraz rozwojem edukacyjnym ucznia lub uczennicy.

Źródło: <https://www.opolskie.pl/wspieramy-najlepszych-iii/> [dostęp 08.11.2020]

Stypendyści podlegają nauczycielowi, którego zadaniem jest m.in. opieka dydaktyczna nad uczniem, pomoc w wykorzystaniu stypendium na cele edukacyjne oraz monitorowanie jego osiągnięć w tym zakresie – zgodnie z wnioskiem o przyznanie stypendium i planem indywidualnego rozwoju ucznia, zawierającym wyszczególnienie celów edukacyjnych oraz związanych z nimi wydatków. Stypendysta zobowiązany jest do składania semestralnych sprawozdań, zawierających ogólne zestawienie wydatków poniesionych w związku z osiągnięciami edukacyjnymi ucznia oraz realizacją ścieżki rozwoju edukacyjnego – wynikających z wniosku o przyznanie stypendium.

Eduelo

Darmowa platforma edukacyjna: eduelo.pl [dostęp 08.11.2020], służąca sprawdzeniu umiejętności matematycznych uczniów pod kątem przygotowania do egzaminu ósmoklasisty z matematyki. Poprzez platformę można uzyskać dostęp do tysięcy pytań i prezentacji zgodnych z podstawą programową dla szkół podstawowych oraz nowoczesnym i skutecznym systemem motywacji do nauki.

Eduelo to nowoczesne narzędzie edukacyjne oferujące quizy dla uczniów i nauczycieli klas II–VI szkoły podstawowej, zaprojektowane tak, aby zainteresować ucznia grą polegającą na pokonywaniu wyzwań i zdobywaniu nagród. Narzędzie motywuje do systematycznych ćwiczeń i sprawia, że uczniowie angażują się w nie i aktywnie rozwijają swoje umiejętności.

Platforma oferuje:

- 6000 pytań w każdej klasie, zgodnych z podstawą programową kształcenia ogólnego;
- motywację do nauki w postaci żetonów wymienianych na nagrody;
- możliwość tworzenia testów oraz bieżący podgląd wyników ucznia;
- skuteczną powtórkę materiału przed sprawdzianem oraz sprawdziany online.

Zakładając uczniowi konto na Eduelo, nauczyciel uzyskuje dostęp do pełnej bazy wiedzy i quizów dla wszystkich klas szkoły podstawowej. Uczeń może korzystać z Eduelo na komputerze lub urządzeniach mobilnych z dostępem do internetu. Co istotne, w dowolnym momencie nauczyciel może zmienić poziom nauczania, aby uczeń mógł rozwiązywać quizy o odpowiednim stopniu trudności.

Szalone liczby

Platforma z gotowymi zadaniami dla uczniów szkół podstawowych: <https://szaloneliczby.pl/> [dostęp 08.11.2020]. Jest narzędziem, za pomocą którego uczniowie mogą przygotowywać się do sprawdzianów, ale także do egzaminów zewnętrznych, takich jak egzamin ósmoklasisty. Zawiera szeroką gamę zadań i testów, które uczeń może samodzielnie dopasować do swoich preferencji.

W zakładce Sprawdziany i zadania z matematyki uczeń po rozwiązaniu danego sprawdzianu poznaje swój wynik punktowy oraz ocenę, którą wystawi system. Istnieje też możliwość przejrzenia testu, sprawdzenia poprawnych odpowiedzi, a nawet zapoznania się z rozbudowanym rozwiązaniem danego zadania.

Z kolei w zakładce Egzamin ósmoklasisty – matematyka zamieszczone są arkusze egzaminacyjne z matematyki. Każdy arkusz można rozwiązać online, można także przejrzeć pełne rozwiązania krok po kroku lub pobrać arkusz w formie PDF i rozwiązać go po wydrukowaniu.

Strona internetowa w języku angielskim

Strona: <https://www.ixl.com/> [dostęp 08.11.2020] zawiera zadania matematyczne z podziałem na stopnie zaawansowania. Pomaga uczniom opanować podstawowe umiejętności we własnym tempie poprzez zabawne i interaktywne pytania, wbudowane wsparcie i motywujące nagrody. Działania proponowane na stronie oparte są na:

- kompleksowym programie nauczania;
- diagnozie umiejętności ucznia w czasie rzeczywistym – nauczyciel ma możliwość dokładnego przeanalizowania wiedzy uczniów i co powinni zrobić, aby poprawić opanowane umiejętności;
- wskazówkach dotyczących indywidualnej pracy ucznia, stanowiących spersonalizowane zalecenia w oparciu o to, co każdy uczeń ćwiczył oraz dzięki czemu uczniowie mogą nabywać wiedzy w dowolnym miejscu i czasie;
- praktycznych narzędziach analitycznych – spostrzeżeniach, które pomagają podejmować decyzje instruktażowe.

6.3. Wykorzystanie aplikacji w nauczaniu matematyki

Pitagoras 2000

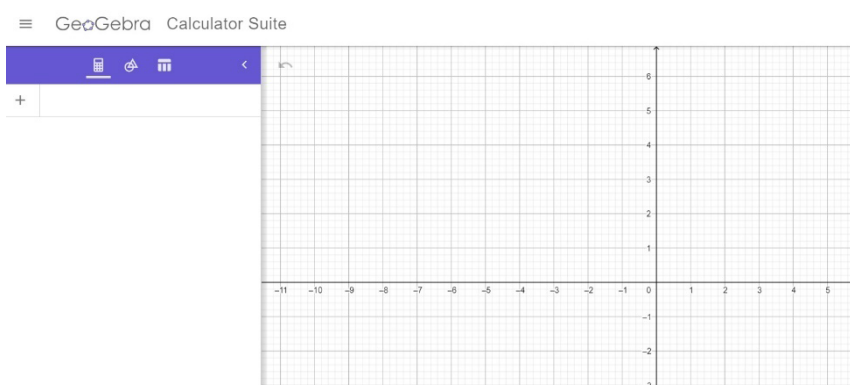
Aplikacja, która z powodzeniem może być używana przez osoby uczęszczające zarówno do szkoły podstawowej, jak i ponadpodstawowej. Jest zbiorem wielu zadań z różnych dziedzin matematyki, dzięki czemu nie tylko świetnie uzupełnia wiedzę, poszerza ją, ale także może być wykorzystywana w czasie przygotowań do różnego rodzaju konkursów.

Oprócz zadań aplikacja oferuje podpowiedzi oraz wskazówki pozwalające je rozwiązać. Narzędzie posiada wiele działów z przyporządkowanymi do nich tematycznie i automatycznie generowanymi zadaniami. Pitagoras 2000 zawiera indywidualne wskazówki i podpowiedzi do każdego zadania, zestaw testów egzaminacyjnych, zwięzły podręcznik ze wszystkimi potrzebnymi definicjami i wzorami oraz wyniki i statystyki dotyczące uczniów. W czasie rozwiązywania zadań istnieje możliwość korzystania z notatnika, kalkulatora i programu rysunkowego. Jednym z najważniejszych aspektów aplikacji jest wariantowość zadań, które mogą być rozwiązywane wielokrotnie, z innymi wartościami liczbowymi.

GeoGebra

Program GeoGebra Math Calcs 6.0.620.0 można instalować na komputerach pracujących pod kontrolą systemów operacyjnych z rodziny Windows, MacOS i Linux. Narzędzie przyda się uczniom szkół podstawowych m.in. do nauki zagadnień matematycznych zawartych w dziale *Układ współrzędnych na płaszczyźnie*. Program GeoGebra łączy geometrię, algebrę, statystykę oraz analizę matematyczną w jednym łatwym do użycia pakiecie. Gotowe obliczenia matematyczne można zapisać w plikach GGB, EPS, EMF, PDF, PNG, SVG i HTML.

GeoGebra to nie tylko program do nauki matematyki, ale także społeczność milionów użytkowników z całego świata, która szybko się rozrasta. Jest także wiodącym dostawcą oprogramowania do nauki matematyki dynamicznej. Na całym świecie wspiera rozwój nauki, technologii, inżynierii, matematyki, edukacji i innowacji w nauczaniu. Wielką zaletą programu jest jego bezpłatny charakter dla wszystkich użytkowników – zarówno dla uczniów, jak i nauczycieli. Do dyspozycji użytkownika jest ponad milion bezpłatnych aktywności, symulacje, ćwiczenia, lekcje i gry matematyczne, co stanowi podstawę idealnej i efektywnej nauki. Co więcej, GeoGebra to nie tylko zajęcia i ćwiczenia, ale także przydatne tutoriale, czyli filmiki instruktażowe.



Źródło: <https://www.geogebra.org/?lang=pl> [dostęp 08.11.2020]

Ćwiczenia matematyczne

Aplikacja: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.holucent.math&hl=pl&gl=US> [dostęp 08.11.2020] stanowi doskonałą pomoc edukacyjną dla uczniów szkół podstawowych i ponadpodstawowych. Wyniki korzystania z niej są kontrolowane, a uczeń może sprawdzić swoje błędy i postępy. Aplikacja działa także w trybie offline, a zatem pozwala na naukę rozwiązywania problemów matematycznych i algebraicznych w dowolnym momencie. Aplikacja obejmuje jednostki miary (czas, masa, objętość, pole, długość), podzielność, potęgowanie i pierwiastkowanie, ułamki zwykłe, ułamki dziesiętne, liczby ujemne, równania i nierówności, figury i bryły geometryczne (pole, obwód, objętość) czy wyrażenia algebraiczne.

Matematyka – Szkoła Liczenia

Aplikacja, która poprawia umiejętność liczenia: <https://play.google.com/store/apps/details?id=pl.paridae.app.android.quiz.math&hl=pl&gl=US> [dostęp 08.11.2020].

Oferuje kilka ciekawych funkcjonalności:

- 12 poziomów o rosnącym stopniu trudności;
- 20 działań na każdym z 11 poziomów;
- 50 działań na ostatnim poziomie;

- ćwiczenia z dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia na liczbach ujemnych i dodatnich;
- działania z dwoma i trzema argumentami;
- ranking najlepszych graczy;
- multiplayer online;
- osiągnięcia do zdobycia.

Math Games

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.agandeev.mathgames.free&hl=en_US [dostęp 08.11.2020]. Aplikacja do nauki i treningu działań matematycznych – dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia. Oferuje wiele wariantów ćwiczeń matematycznych, co zwiększa atrakcyjność nauki.

Math Duel

Gra, dzięki której można ćwiczyć rachunki pamięciowe, grać samodzielnie lub w parach, <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.mathduel2playersgame.mathgame> [dostęp 08.11.2020]. Aplikacja ma dwa ekrany z identycznymi przykładami. Gracz wybiera poziom trudności z czterech możliwych: Easy, Medium, Hard, Expert. Następnie typuje działanie, które chce poćwiczyć: Dodawanie – *Addition*, Odejmowanie – *Subtraction*, Mnożenie – *Multiplication*, Dzielenie – *Division*.

6.4. Środki dydaktyczne wspomagające proces nabywania umiejętności matematycznych

Środki dydaktyczne zdaniem Wincentego Okonia to przedmioty materialne umożliwiające usprawnienie procesu nauczania – uczenia się oraz uzyskania optymalnych osiągnięć szkolnych (Okoń, 1987). Ich znaczenie odnosi się do takiej organizacji tego procesu, która będzie gwarantowała jak najlepsze wyposażenie ucznia w kompetencje niezbędne na danym etapie edukacyjnym.

Środki dydaktyczne spełniają wielorakie funkcje, m.in.:

- poznawcze – zbliżają ucznia do poznania rzeczywistości, ułatwiają jej poznanie;
- dydaktyczne – służą do rozwiązywania problemów poznawczych i utrwalania wiadomości oraz oceny i wartościowania, a także weryfikowania wyników myślenia;
- kształtujące i motywacyjne – rozwijają zdolności, zainteresowania, kształtują postawy, wywołują i podtrzymują zainteresowania i zaciekawienie przedmiotem uczenia się.

W. Okoń uważa, że różnorodne możliwości środków dydaktycznych można sprowadzić do czterech funkcji odpowiadających czterem strategiom kształcenia wielostronnego (Okoń, 1987):

- bezpośrednie i pośrednie poznanie rzeczywistości,
- poznanie uporządkowanej wiedzy o rzeczywistości,
- kształtowanie emocjonalnego stosunku do rzeczywistości,
- rozwijanie działalności przetwarzającej rzeczywistość.

Pracownię matematyczną można wyposażyć w wiele dostępnych innowacyjnych środków dydaktycznych, takich jak np.:

- magnetyczny system dziesiętny do demonstracji 3D – model klocków, który oprócz zróżnicowania wielkości wykorzystuje również element kolorystyczny do podkreślania pozycji dziesiętnej. Dostępny jest jako zestaw grupowy (klocki z tworzywa) lub jako zestaw do demonstracji (karty magnetyczne). Zawiera: 25 jedności, 20 dziesiątek, 20 setek, 5 tysięcy. Wszystkie elementy są wykonane z folii magnetycznej;
- demonstracyjna oś liczbowa – duża oś liczbowa, wykonana w jednym kawałku z mocnego tworzywa. Nadrukowane są na niej liczby co pięćdziesiąt z kreskową skalą co jeden i wyróżnionymi piątkami i dziesiątkami, kolorystycznie zaakcentowana jest zmiana setki. Dołączone spinacze niebieskie i czerwone ułatwiają zaznaczanie liczb. Długość osi – 5 m, szerokość – 9 cm.
- domino arytmetyczne – wyróżnia się starannym konceptem matematycznym, a także estetyką i trwałością. Uczniowie układają wszystkie kafelki w szeregu poprzez dopasowanie działania do jego wyniku. Dzięki temu w formie atrakcyjnej zabawy ćwiczą i utrwalają obliczenia pamięciowe. Wszystkie elementy domina wykonane są z mocnego tworzywa. Układanka przechowywana jest w drewnianym pudełku z pokrywką.
- układanka Schubitrix – oryginalna w formie zabawa, w której obowiązują reguły podobne do gry w domino. Elementy układanki są trójkątne – na każdym z jej boków zapisano zadania lub odpowiedzi. Celem gry jest takie ułożenie trójkątów, aby dopasować odpowiedzi do zadań, i to w taki sposób, aby wszystkie stykające się elementy pasowały do siebie wzdłuż każdego boku. Powstała figura umożliwia szybką samokontrolę poprawności wykonania wszystkich zadań.
- fiszki matematyczne – dwustronne karty do powtórki działań na liczbach całkowitych. Prezentują zadania z rosnącym poziomem trudności i obejmują działania takie jak: dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie. Wraz ze wzrostem stopnia trudności rośnie ilość liczb w zadaniu. Rewersy kart zawierają poprawny wynik działania. Można je wykorzystać do powtórki z całą klasą, w pracy indywidualnej, w parach lub małych grupach. Zawartość: 110 dwustronnych kart oraz instrukcja.
- ułamkowe koła – zestaw 9 20-centymetrowych kół, wykonanych z kolorowej folii magnetycznej. Pozwalają nauczycielowi demonstrować właściwości ułamków, ilustrować zadania ułamkowe, a uczniom wykonywać przy tablicy obliczenia ułamkowe na konkretnym materiale manipulacyjnym. Koła reprezentują ułamki: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{12}$.

- zestaw Cubo – klocki z kompletem kart aktywności. Zestaw składa się ze 150 drewnianych sześciąt oraz 5 serii kart o rosnącym stopniu trudności. Zadania przedstawione na kartach polegają na odwzorowaniu przestrzennej konstrukcji za pomocą sześciąt. Po ułożeniu sześciąt dziecko może sprawdzić poprawność wykonania zadania – na odwrocie znajduje się informacja, ile sześciąt powinno leżeć na każdym polu. Liczba klocków użytych w zadaniu wynosi od 8 do 33.

6.5. Efektywna współpraca nauczycieli na II etapie edukacyjnym

Zespoły nauczycielskie

Nauczyciele prowadzący zajęcia w danym oddziale na II etapie edukacyjnym mogą tworzyć zespoły, w skład których wchodzi również nauczyciele matematyki.

Do zadań zespołu należy:

- ustalenie zestawu programów nauczania i podręczników dla oddziału i etapu kształcenia oraz jego modyfikacja;
- analiza bieżących postępów i osiągnięć uczniów;
- podejmowanie środków zaradczych i działań naprawczych;
- opracowywanie wewnętrznych diagnoz;
- organizacja próbnych egzaminów;
- analiza wyników wewnętrznych i zewnętrznych egzaminów;
- analiza i wnioski z efektów kształcenia;
- rozpoznawanie specyficznych potrzeb uczniów, w tym indywidualizacja pracy z uczniem zdolnym i uczniem mającym trudności w uczeniu się.

Powyższe działania służą doskonaleniu metod pracy dydaktyczno-wychowawczej, a także organizowaniu współpracy nauczycieli w celu: uzgadniania sposobów realizacji programów nauczania, korelowania treści nauczania przedmiotów pokrewnych, uzgadniania decyzji w sprawie wyboru programów nauczania poprzez uwzględnianie najnowszych osiągnięć nauki i techniki oraz zmian zachodzących w technologii i organizacji pracy, zmian w ramowych planach nauczania, zmian w organizowaniu wewnątrzszkolnego doskonalenia zawodowego oraz doradztwa metodycznego dla mniej doświadczonych nauczycieli i przydzielaniu im doświadczonych konsultantów. Do kompetencji opiniujących należy zaliczyć opiniowanie przygotowanych w szkole autorskich, innowacyjnych i eksperymentalnych programów nauczania.

Organizacja pracy zespołu powinna uwzględniać następujące etapy:

- 1) Zdiagnozowanie problemu.
- 2) Zdefiniowanie celu.
- 3) Określenie dowodów realizacji celu.

- 4) Powołanie zespołu.
- 5) Ustalenie zasad i wyznaczenie ról.
- 6) Wyznaczenie osób odpowiedzialnych za wykonanie zadania.
- 7) Zaplanowanie zasad.
- 8) Ustalenie terminów.
- 9) Działanie.
- 10) Monitorowanie.
- 11) Ewaluacja.

Wirtualna sieć współpracy i samokształcenia nauczycieli

Ponieważ nauczanie za pomocą narzędzi technologii informacyjno-komunikacyjnych (TIK) staje się coraz bardziej powszechne, proponuje się tworzenie wirtualnych sieci współpracy i samokształcenia nauczycieli matematyki, którzy będą się wspomagać w pracy z uczniami.

Sieć może być formą doskonalenia i wymiany doświadczeń oraz podnoszenia jakości działań nauczycieli w zakresie wsparcia uczniów, np. w zdalnym nauczaniu. Uczestnicy sieci poprzez dzielenie się doświadczeniem, propagowanie dobrych praktyk, poszerzanie wiedzy i umiejętności wspólnie wypracowują nowe rozwiązania.

W ramach sieci powołuje się koordynatora, który kieruje pracą sieci. Do zadań koordynatora należy:

- ustalenie harmonogramu spotkań uczestników sieci,
- organizacja spotkań w ramach współpracy sieci,
- prowadzenie dokumentacji sieci.

Głównym celem działania sieci jest zwiększenie kompetencji nauczycieli matematyki w zakresie:

- prowadzenia zajęć z wykorzystaniem obserwacji, eksperymentów i doświadczeń;
- nabywanie przez uczestników umiejętności praktycznych w trakcie warsztatów stacjonarnych prowadzonych przez ekspertów;
- umożliwienie uczestnikom dzielenia się pomysłami, spostrzeżeniami i własnymi propozycjami metodycznymi zarówno podczas trwania szkoleń stacjonarnych, jak i na platformie internetowej.

Do spotkań oraz komunikacji pomiędzy uczestnikami sieci zaleca się używanie aplikacji Microsoft Teams. Platforma współpracy może składać się z następujących elementów:

- forum wymiany doświadczeń;
- prowadzenie dyskusji, wymiana opinii i komentarzy;
- opracowane przez uczestników materiały dydaktyczne.

Efektem prowadzonej współpracy powinno być nabycie przez nauczycieli umiejętności wdrażania wiedzy matematycznej drogą doświadczania, eksperymentów i korzystania z nowych rozwiązań technicznych i technologicznych.

Przykład

Sieci współpracy i samokształcenia nauczycieli w Małopolskim Centrum Doskonalenia Nauczycieli

Na platformie e-learningowej MCDN: <http://mcdn.wrotamalopolski.pl/platforma/course/index.php?categoryid=7> [dostęp 08.11.2020] utworzono ciekawe sieci współpracy i samokształcenia nauczycieli:

- sieć współpracy i samokształcenia opiekunów stażu,
- sieć współpracy i samokształcenia „Nauczyciel na starcie”,
- sieć „Strategie uczenia się matematyki”,
- sieć „Doskonalenie umiejętności wychowawczych”.

Sieci powstały jako forma pracy, która umożliwia samokształcenie i kooperację, wymianę doświadczeń, tworzenie nowych rozwiązań oraz poszerzanie kompetencji. Jest działaniem opartym na partnerstwie i wzajemności.

Nauczyciele w ramach sieci współpracy i samokształcenia mogą realizować następującą tematykę:

- 1) Rola nauczyciela matematyki w promocji i budowaniu wizerunku szkoły.
- 2) Umiejętność budowania spójności edukacyjnej na poziomie regionalnym.
- 3) Zadania nauczyciela matematyki w zakresie organizacji pomocy psychologiczno-pedagogicznej.
- 4) Skuteczne sposoby zachęcania uczniów do uczenia się matematyki.
- 5) Doświadczenia i eksperymenty na matematyce.
- 6) Rozwijanie umiejętności matematycznych na progu I i II etapu edukacyjnego.
- 7) Wsparcie uczniów w uczeniu się matematyki.
- 8) Praca z uczniem uzdolnionym matematycznie.
- 9) Sposoby rozwijania twórczego myślenia uczniów.
- 10) Praca z uczniem zdolnym na zajęciach koła matematycznego.
- 11) Tworzenie autorskich programów nauczania matematyki.
- 12) Wykorzystanie narzędzi TIK na lekcjach matematyki.

Przy wyborze realizowanego tematu należy pamiętać, że praca w ramach sieci współpracy i samokształcenia jest efektywna wtedy, gdy jej działania są dostosowane do potrzeb uczestników. Diagnozowanie tych potrzeb służy określaniu celów w ramach ustalonego tematu. Jest to z pewnością innowacyjny model doskonalenia nauczycieli.

7. Zasoby Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – epodreczniki.pl

Na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej (ZPE) znajduje się szeroki wachlarz e-materiałów, które służą wzbogaceniu procesu lekcyjnego. E-materiały są dynamicznie zmieniającymi się zasobami, tworzącymi całe środowisko uczenia się i nauczania. Ich zaletą jest zapewnienie użytkownikom zarówno możliwość pracy w zespołach, jak i dopasowanie do indywidualnego stylu nauki. W formie elektronicznej dostępne są filmy edukacyjne, animacje i prezentacje 3D, gry edukacyjne, mapy myśli, audiobooki oraz zestawy ćwiczeń interaktywnych. Co istotne, uczniowie mogą wykorzystać te materiały podczas samodzielnej pracy w domu lub pod kierunkiem nauczyciela na lekcji.

Z informacji podanych na stronie internetowej Centrum Informatycznego Edukacji: <https://cie.gov.pl/zpe/> wynika, że Zintegrowana Platforma Edukacyjna – epodreczniki.pl, uruchomiona w 2019 r., obecnie jest profesjonalnym, przyjaznym i bezpiecznym dla użytkowników narzędziem rekomendowanym przez Ministerstwo Edukacji i Nauki do wykorzystania przez szkoły w nauczaniu na odległość.

Zintegrowana Platforma Edukacyjna umożliwia:

- korzystanie z treści edukacyjnych dostępnych na portalu epodreczniki.pl, które są całkowicie bezpłatne dla wszystkich i dostępne z dowolnego miejsca o dowolnej porze, a ponadto możliwe do wydrukowania w wersji PDF;
- kształcenie umiejętności i budowanie wiedzy uczniów poprzez różnorodne formy aktywności i przekazu, ćwiczenia interaktywne i materiały multimedialne;
- tworzenie lekcji interdyscyplinarnych, autorskich, nauczycielskich wersji podręcznika, prowadzenie pracy grupowej i kształcenia indywidualnego;
- stosowanie zasobów do kształcenia ogólnego na wszystkich etapach edukacyjnych oraz do kształcenia zawodowego;
- wykorzystanie z myślą o najmłodszych uczniach zagadek oraz zadań, które pomogą im w zgłębianiu tajemnic;
- sięgnięcie po e-materiały do każdego przedmiotu, a w ich ramach – mnóstwa zadań interaktywnych, krzyżówek, filmików, wirtualnych podróży i eksperymentów.

Materiały umieszczane na ZPE tworzone są z uwzględnieniem standardów dostępności WCAG, dzięki czemu mogą z nich korzystać uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Platforma jest na bieżąco wzbogacana o kolejne e-materiały poprzez multimedia, rozwijanie treści i funkcjonalności, wprowadzanie nowych technologii.

Zintegrowana Platforma Edukacyjna korzysta z danych dotyczących szkół i placówek oraz nauczycieli i uczniów, pochodzących z Systemu Informacji Oświatowej (SIO). W oparciu

o tę bazę na ZPE została odwzorowana struktura szkół i klas, co znacznie ułatwia korzystanie z niej uczniom i nauczycielom.

Walorem ZPE jest również to, że e-materiały :

- są bezpłatne;
- pozwalają na budowanie wiedzy oraz umiejętności uczniów poprzez zastosowanie w nich treści opartych na różnorodnych multimedialnych formach przekazu;
- dostępne są z poziomu różnych typów urządzeń – komputera, laptopa, tabletu, smartfona, tablicy interaktywnej;
- stanowią kompleksowy zbiór otwartych zasobów edukacyjnych zgodnych z podstawą programową, przeznaczonych dla uczniów i nauczycieli od klasy pierwszej szkoły podstawowej do ostatniej klasy szkoły ponadpodstawowej.

Zintegrowana Platforma Edukacyjna składa się z 4 modułów:

- 1) Portal e-materiały.
- 2) Platforma LCMS (system zarządzania treściami edukacyjnymi).
- 3) Edytor treści dla nauczycieli i uczniów.
- 4) Edytor treści dla beneficjentów projektów konkursowych.

Podstawowe korzyści wynikające ze stosowania platformy edukacyjnej to:

- umożliwienie tworzenia projektów w wieloosobowym zespole,
- tworzenie i edytowanie grup uczniów przez nauczycieli,
- dodawanie materiałów przyporządkowanych poszczególnym grupom,
- dostęp dla uczniów do materiałów edukacyjnych przypisanych danej grupie.

Platforma umożliwia ponadto:

- importowanie klas przez nauczyciela na podstawie danych z Systemu Informacji Oświatowej,
- komunikowanie się w czasie rzeczywistym pomiędzy nauczycielami i uczniami,
- tworzenie własnych e-materiałów za pomocą kreatora,
- edycję materiałów zawartych na stronie epodreczniki.pl na własne potrzeby za pomocą mechanizmu tzw. teczek,
- udostępnianie e-materiałów innym użytkownikom oraz sprawdzanie ich wyników,
- tworzenie wideokonferencji oraz zamieszczanie linków do spotkań w kalendarzu.

Platforma posiada rozbudowany moduł LCMS (ang. *Learning Content Management System*), wykorzystywany do prowadzenia kształcenia na odległość, dzięki czemu:

- nauczyciel ma m.in. możliwość tworzenia, zmieniania, usuwania grup uczniów; może również zarządzać zarówno grupami uczniów, jak i poszczególnymi uczniami;
- nauczyciel może korzystać z funkcjonalności pozwalającej na komunikację bezpośrednio między nauczycielami i uczniami;

- każdy materiał dydaktyczny zawiera pytania otwarte lub ćwiczenia interaktywne, których wyniki mogą być zapisywane na profilu ucznia i dostępne w postaci raportów dla nauczyciela; rozwiązanie to daje możliwość śledzenia postępów ucznia, a także indywidualizowania procesu nauczania; nauczyciel ma również możliwość skorzystania z podglądu w czasie rzeczywistym i obserwowania aktywności uczniów na udostępnionych e-materiałach.

Platforma umożliwia edycję i tworzenie przez użytkownika własnych materiałów (z wykorzystaniem pochodzących z biblioteki ZPE oraz zasobów zewnętrznych), co pozwala na przygotowanie lekcji według potrzeb nauczyciela. Do stworzonej grupy uczniów lub pojedynczego ucznia nauczyciel może także przypisywać określone materiały edukacyjne.

Moduł Edytor jest zaawansowanym narzędziem do tworzenia treści edukacyjnych. Edytor treści ZPE umożliwia generowanie ćwiczeń za pomocą wizualnego edytora (metodą przeciągnij – upuść), w oparciu o 60 typów interakcji i ponad 2000 rodzajów ćwiczeń matematycznych.

Budowanie treści w ramach rozwiązania nie wymaga znajomości HTML lub innego języka programowania. Dodatkowym atutem ZPE jest możliwość zmieniania/edytowania materiałów dostępnych na platformie.

7.1. Innowacyjne programy nauczania matematyki na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej

Na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej w zakładce Narzędzia Edukacyjne – Wychowanie Przedszkolne i Kształcenie Ogólne użytkownik może znaleźć innowacyjne programy nauczania matematyki, przygotowane w ramach projektu „Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy” realizowanego przez Ośrodek Rozwoju Edukacji w Warszawie, dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty. Do programów tych zaliczane są m.in.:

Program nauczania matematyki dla klas IV–VIII szkoły podstawowej

Narzędzie autorstwa Zofii Muzyczki, która proponuje wykorzystanie konstruktywistycznej teorii uczenia się. Program został opracowany na bazie podstawy programowej zapisanej w *Rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r.* i uwzględnia wszystkie sugestie w niej zawarte. Jak wskazuje autorka, do głównych faz procesu nauczania według teorii konstruktywistycznej należą:

- 1) Orientacja i rozpoznawanie wiedzy.
- 2) Ujawnienie wstępnych idei, czyli wiedzy, pomysłów i doświadczeń ucznia.
- 3) Restrukturyzacja, czyli rekonstrukcja wiedzy polegająca na włączaniu do niej nowych wiadomości i tworzenie zupełnie nowej struktury wiedzy.
- 4) Umiejętność zastosowania nowej wiedzy, nowych informacji w różnych sytuacjach i kontekstach.
- 5) Samodzielne zauważanie przez ucznia zmian w jego dotychczasowej wiedzy i porównanie jej z wiedzą uprzednią.



Źródło: <https://epodreczniki.pl/> [dostęp 08.11.2020]

Głównymi założeniami programu są:

- 1) Oparcie rozważań na sytuacjach znanych uczniowi z życia codziennego:
 - planowanie zakupów i wydatków;
 - szacowanie wielkości obliczeń pamięciowych;
 - korzystanie z rozkładów jazdy;
 - przemieszczanie się, np. dostosowanie prędkości do określonych warunków;
 - orientacja na mapie;
 - rozumienie informacji zawartych w reklamach – w tym zapisów z użyciem symbolu %;
 - odczytywanie i interpretowanie danych, gromadzenie informacji itp.
- 2) Spiralny układ programu kształcenia (stopniowe poszerzanie zakresu treści związanych z danym zagadnieniem, sprzyjające głębszemu ich zrozumieniu oraz lepszemu dostrzeganiu powiązań z innymi dziedzinami życia i nauki).
- 3) Skorelowanie treści kształcenia matematycznego z treściami kształcenia informatycznego oraz treściami występującymi w innych przedmiotach, np. w kształceniu prozdrowotnym realizowanym na lekcjach WF-u, wykorzystującym nowatorską metodę Hoppe SOS 3D.
- 4) Stwarzanie sytuacji zachęcających uczniów do podjęcia samodzielnej aktywności w rozwiązywaniu dostrzeżonych problemów, a także do udziału w działaniach zespołowych związanych z organizowaniem wydarzeń popularyzujących matematykę.

Umysły do potęgi

Program nauczania autorstwa Tomasza Wójtowicza. Realizacja programu umożliwia wyposażenie ucznia w narzędzia i kompetencje kluczowe przydatne do opisu zjawisk dotyczących różnych aspektów życia poprzez łączenie wiedzy matematycznej z innymi dziedzinami nauki.

Program opiera się na idei konstruktywizmu Jeana Piageta, rozumianej jako aktywność uczącego się, w wyniku której uczeń:

- buduje swoją rzeczywistość;
- wchodzi w interakcje ze środowiskiem edukacyjnym;
- samodzielnie odkrywa wiedzę i właściwie wykorzystuje ją w praktyce.

Program odwołuje się też do teorii 5 umysłów Howarda Gardnera, opisanych w pracy *Pięć umysłów przyszłości* (Gardner, 2009) – dyscyplinarnego, syntetyzującego, kreatywnego, respektującego i etycznego. Każdy z tych pięciu typów umysłu jest właściwym sposobem na wykorzystanie wiedzy, postaw i umiejętności nabytych w szkole w sytuacjach życia codziennego.

Według Gardnera: „pięć umysłów powinno działać w symbiozie”, dlatego w proponowanym programie nauczania jego autor zaleca opanowanie matematyki w połączeniu z kilkoma dyscyplinami, ale takimi, które wiążą się z cechami osobowymi ucznia i są właściwie dopasowane do jego potrzeb i możliwości.

Zgodnie z teorią Gardnera:

- 1) Umysł dyscyplinarny obejmuje co najmniej jeden sposób myślenia, wie, jak systematycznie pracować na lekcjach i zajęciach, żeby poszerzać swoją wiedzę i umiejętności.
- 2) Umysł syntetyzujący pobiera informacje z różnych źródeł, poddaje je obiektywnej ocenie i zrozumieniu, a potem zestawia je ze sobą w sposób sensowny nie tylko dla ucznia dokonującego syntezy, ale także dla innych uczniów.
- 3) Zadaniem umysłu kreatywnego jest podawanie nowych pomysłów, stawianie nietypowych pytań oraz przedstawianie nieszablonowych odpowiedzi.
- 4) Matematyczny umysł respektujący dostrzega i akceptuje różnice dzielące jednostki i grupy ludzi, stara się je zrozumieć oraz efektywnie z nimi współdziała.
- 5) Umysł etyczny zwraca uwagę na naturę ludzkiej pracy oraz potrzeby i pragnienia społeczności, w której żyje człowiek.

Każdy z pięciu typów umysłów to sposób wykorzystania rozumowania i postępowania w szkole, a następnie w miejscu pracy. Każdy typ umysłu odwołuje się też do teorii inteligencji wielorakich.

Powyższe dwa programy nauczania zawierają wszystkie elementy, które były zapisane w *Wytycznych do tworzenia programów nauczania i scenariuszy zajęć*. Każdy z programów jest wyposażony w zestawy 64 innowacyjnych scenariuszy zajęć.

Do ciekawych propozycji scenariuszy, które nauczyciel może wykorzystać lub zmodyfikować, należą:

- 1) *Dla mnie to nie problem. Rozwiązujemy zadania praktyczne.* Autor proponuje wykorzystanie metody stacji zadaniowych oraz techniki doświadczeń poszukujących. Na zakończenie stwarza uczniom możliwość samooceny.
- 2) *Projektanci – o zastosowaniu pola powierzchni prostokąta i kwadratu.* Autor proponuje zastosowanie metody ICT oraz czynnościowe nauczanie matematyki. Grupową pracę na lekcji nauczyciel ocenia na podstawie kryteriów:
 - wytwór pracy, w tym oryginalność i estetyka wykonania;
 - zgodność z tematem;
 - wkład pracy – zaangażowanie poszczególnych uczniów;
 - sposób prezentacji – forma prezentacji, wykorzystanie języka matematyki.
- 3) *Zdejmujemy miary – skala w życiu codziennym.* Autor zachęca do pracy metodą projektu, z wykorzystaniem pomocy przygotowanych przez nauczyciela. W projekcie mogą uczestniczyć uczniowie niepełnosprawni, posługując się gotowym szablonem. Należy pamiętać, że uczeń niepełnosprawny wykonuje zadania trudniejsze tylko wtedy, gdy zrealizuje zadania łatwiejsze.
- 4) *Z czego zbudowany jest płatek śniegu – o symetrii wokół nas.* Autor proponuje pracę z fiszką prowadzącą oraz różne inne formy aktywności, np.:
 - obserwację przez uczniów budowy płatka śniegu w plenerze – doświadczenia poszukujące;
 - stworzenie plakatu – uczniowie wypisują dostrzegane figury geometryczne, pod każdą z nich zapisują jej własności;
 - pracę w grupach zadaniowych – uzupełnienie karty pracy, odczytanie i zebranie poznanych informacji;
 - tworzenie rysunków śnieżynek w programie graficznym oraz poprzez wycinanie różnych ich kształtów.

7.2. Portale edukacyjne na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej

W sieci dostępne są portale edukacyjne, które służą wspomaganie procesu nauczania. Należą do nich:

Scholaris

Portal wiedzy dla nauczycieli zawierający bezpłatne zasoby edukacyjne, dostosowane do wszystkich etapów kształcenia. Zasoby portalu są kompatybilne ze wszystkimi tablicami interaktywnymi i innymi urządzeniami wspomagającymi pracę nauczyciela, np. tabletami. Portal zawiera około 28 tysięcy pojedynczych interaktywnych materiałów, pomocnych w realizacji treści dotyczących wszystkich przedmiotów i na różnych poziomach

edukacyjnych. Są to scenariusze lekcji, ćwiczenia, teksty, animacje, slajdy, symulacje, gry dydaktyczne i filmy. Wszystkie opublikowane na portalu treści stanowią merytoryczny materiał, który może być wykorzystany w pracy zarówno przez ucznia, jak i nauczyciela. Wyszukiwanie jest możliwe dla aktualnej i poprzedniej podstawy programowej kształcenia ogólnego. Wyszukiwarka pozwala na filtrowanie zasobów według etapów edukacyjnych, przedmiotów, typów zasobu, słów i wyrażen kluczowych.

Biblioteka Cyfrowa Ośrodka Rozwoju Edukacji

Narzędzie, które gromadzi i udostępnia materiały oraz publikacje opracowane w ramach działalności Ośrodka Rozwoju Edukacji. Obecnie oferuje 960 tytułów książek i czasopism dla nauczycieli i wszystkich zainteresowanych problematyką oświatową.

8. Ewaluacja postępów ucznia

8.1. Definicje, modele i znaczenie ewaluacji

Bolesław Niemierko zaproponował definicję ewaluacji dydaktycznej jako systematyczne zbieranie informacji o warunkach, przebiegu i wynikach działań dydaktycznych, prowadzone w celu podjęcia decyzji o realizacji tych działań lub ich ulepszeniu. Ewaluacja osiągnięć uczniów na matematyce jest sprawdzianem, czyli upewnianiem się o wynikach kształcenia, i ocenianiem, czyli wartościowaniem tych osiągnięć, traktowanym jako proces łączny i wielostronnie uwarunkowany (por. Niemierko, 1999).

Ewaluacja osiągnięć uczniów w sensie poznawania, kontroli, analizy oraz oceny ich wiedzy i umiejętności należy do podstawowych etapów procesu dydaktyczno-wychowawczego współczesnej edukacji szkolnej. Jest środkiem prowadzącym do samokontroli i samooceny wiedzy i umiejętności przez uczniów.

Ze względu na realizowane cele oceniania rozróżnia się następujące rodzaje ewaluacji:

- diagnostyczną (wstępną – na wejściu);
- formatywną (w trakcie – kształtującą, ukierunkowującą);
- sumatywną (na wyjściu – sumującą, sumaryczną, podsumowującą, atestującą, poświadczającą, zbiorczą).

B. Niemierko zaproponował pomiar wielostopniowy, czyli sprawdzający, który jest oparty na wymaganiach wielostopniowych, w szczególnym zaś przypadku – na skali stopni szkolnych. Model ten zakłada możliwość wyodrębnienia warstw treści kształcenia odpowiadających ustopniowanym wymaganiom, czyli ustalenia struktury warstwowej programu nauczania.

Model wielostopniowy pomiaru sprawdzającego obejmuje następujące warstwy treści kształcenia:

- konieczną – odpowiadającą ocenie „dopuszczającej”;
- podstawową – dodatkowo wymaganą na ocenę „dostateczną”;
- rozszerzającą – dodatkowo wymaganą na ocenę „dobrą”;
- dopełniającą – dodatkowo wymaganą na ocenę „bardzo dobrą”;
- wykraczającą – dodatkowo wymaganą na ocenę „celującą”.

Przykładowe wymagania na osiągnięcie poszczególnych warstw treści kształcenia:

- 1) Ocenę niedostateczną otrzymuje uczeń, który:
 - nie opanował podstawowych wiadomości i umiejętności wynikających z programu nauczania;
 - nie radzi sobie ze zrozumieniem najprostszych pojęć, algorytmów i twierdzeń;
 - popełnia rażące błędy w rachunkach;
 - nie rozumie wartości otrzymanego wyniku;
 - nie potrafi wykonywać najprostszych ćwiczeń i zadań;
 - nie wykazuje najmniejszych chęci współpracy w celu uzupełnienia braków i nabycia podstawowej wiedzy i umiejętności.
- 2) Ocenę dopuszczającą otrzymuje uczeń, który:
 - samodzielnie lub z niewielką pomocą nauczyciela wykonuje ćwiczenia i zadania o niedużym stopniu trudności;
 - wykazuje się znajomością i rozumieniem najprostszych pojęć oraz algorytmów;
 - operuje najprostszymi obiektami abstrakcyjnymi (liczbami, zbiorami, zmiennymi i zbudowanymi z nich wyrażeniami).
- 3) Ocenę dostateczną otrzymuje uczeń, który:
 - wykazuje się znajomością i rozumieniem podstawowych pojęć i algorytmów;
 - stosuje poznane wzory i twierdzenia w rozwiązywaniu typowych ćwiczeń i zadań;
 - wykonuje proste obliczenia i przekształcenia matematyczne.
- 4) Ocenę dobrą otrzymuje uczeń, który:
 - samodzielnie rozwiązuje typowe zadania;
 - wykazuje się znajomością i rozumieniem poznawanych pojęć i twierdzeń oraz algorytmów;
 - posługuje się językiem matematycznym, który może zawierać jedynie nieliczne błędy;
 - sprawnie wykonuje obliczenia;
 - przeprowadza proste rozumowania.
- 5) Ocenę bardzo dobrą otrzymuje uczeń, który:
 - sprawnie wykonuje rachunki;
 - samodzielnie rozwiązuje zadania złożone z kilku kroków;

- wykazuje się znajomością definicji i twierdzeń oraz umiejętnością ich zastosowania do rozwiązywania problemów i zadań;
 - posługuje się poprawnym językiem matematycznym;
 - samodzielnie zdobywa wiedzę, korzystając z różnych źródeł;
 - przeprowadza różne rozumowania dedukcyjne.
- 6) Ocenę celującą otrzymuje uczeń, który:
- twórczo rozwija własne uzdolnienia i zainteresowania;
 - jest zaangażowany i podejmuje nowe wyzwania;
 - twórczo i oryginalnie rozwiązuje nietypowe zadania;
 - bierze udział i osiąga sukcesy w konkursach i olimpiadach matematycznych.

Dla uczniów posiadających opinię poradni psychologiczno-pedagogicznej wymagania edukacyjne wynikające z programu nauczania muszą być dostosowane do ich indywidualnych potrzeb edukacyjnych i psychofizycznych.

W celu uzyskania możliwie pełnego obrazu nauczania matematyki po danym roku szkolnym lub etapie edukacyjnym proponuje się:

- obserwacje kilku kolejnych lekcji przez nauczycieli matematyki pracujących w tej samej szkole,
- przeprowadzenie ankiety indywidualnej wśród uczniów,
- wywiad grupowy z uczniami,
- test sprawdzający wiedzę i umiejętności uczniów,
- wywiady indywidualne z rodzicami uczniów.

Na oczekiwane cele przeprowadzonego badania składają się:

- 1) Zdiagnozowanie sposobu postrzegania i interpretowania przez innych nauczycieli matematyki metod wykorzystywanych do realizacji podstawy programowej, w tym rozpoznawania przez nauczycieli wymagań ogólnych.
- 2) Identyfikacja czynników związanych z postawami i umiejętnościami nauczycieli, które mogą wpływać na osiągnięcia uczniów.
- 3) Analiza postaw uczniów wobec matematyki i lekcji matematyki.
- 4) Analiza stopnia opanowania przez uczniów typowych, narzędziowych umiejętności oraz umiejętności wymagających głębszego rozumienia pojęć i własności matematycznych.
- 5) Analiza stosunku rodziców badanych uczniów do sposobu uczenia się matematyki przez ich dzieci i monitoringu postępów nauczania.

8.2. Model triangulacyjny ewaluacji

Cechą tego modelu ewaluacji jest ocenianie jakości nauczania z punktu widzenia kilku grup, np. z perspektywy uczniów, rodziców, nauczycieli, dyrektora szkoły. Triangulacja badań

pedagogicznych umożliwia pełniejsze, wielostronne poznanie obiektu poddanego obserwacji, ponieważ wiąże się z ujmowaniem go z różnych perspektyw i w różnorodny sposób. Pozyskanie danych od różnych osób i różnie ujmujących temat pozwala na uzyskanie wielowymiarowego i obiektywnego opisu zjawiska.

Przykład 1

Ankieta skierowana do uczniów

Ankieta ma na celu:

- ocenę skuteczności poszczególnych działań podejmowanych w trakcie lekcji,
- identyfikację korzyści płynących ze stosowanych metod i form pracy,
- identyfikację barier utrudniających uczniom nabywanie wiedzy i umiejętności z zakresu kompetencji kluczowych.

Oceń w skali 1–6 swoje osiągnięcia w następujących obszarach:

- uczenie się i rozwiązywanie problemów;
- myślenie – dostrzeganie zależności przyczynowo-skutkowych i funkcjonalnych oraz złożoności zjawisk;
- poszukiwanie, segregacja i wykorzystywanie informacji z różnych źródeł;
- doskonalenie się – elastyczne reagowanie na zmiany i poszukiwanie nowych rozwiązań;
- komunikowanie się – korzystanie z technologii, porozumiewania się w kilku językach;
- argumentowanie i obrona własnego zdania;
- współpraca i porozumienie w grupie;
- działania – organizowania pracy, opanowania technik i narzędzi pracy, projektowania działań i przyjmowania odpowiedzialności za wyniki.

Ankietę można poszerzyć o opinię na temat działań kierowanych do uczniów:

- przedsięwzięć rozbudowanych i wymagających dużego zaangażowania ze strony nauczyciela i uczniów;
- uzyskiwania dodatkowych umiejętności;
- otwartości i chęci podejmowania nowych aktywności;
- ciekawych sposobów poszerzania swojej wiedzy i kontaktów z rówieśnikami;
- realizacji programu nauczania w atrakcyjny sposób;
- poszerzenia wiedzy i zdobycia praktycznych umiejętności;
- nabycia postaw, wiedzy i umiejętności w każdej kompetencji;
- doskonalenia umiejętności z zakresu komunikacji interpersonalnej;
- integracji poprzez pracę zespołową;
- wzbogacenia warsztatu pracy, wyposażenia pracowni;
- oceny umiejętności nauczyciela w zakresie wdrażania nowatorskich metod nauczania;
- konkurencyjności szkoły w regionie;
- wpływu wyjazdów edukacyjnych na wszystkie zaplanowane działania.

Przykład 2**Ankieta skierowana do rodziców uczniów na zakończenie etapu edukacyjnego**

Ankietę można przeprowadzić w formie testu niedokończonych zdań:

- 1) Sukcesem edukacji matematycznej jest...
- 2) Nauczanie matematyki było szansą na ...
- 3) Efekty nauczania matematyki to...
- 4) Na zakończenie etapu edukacyjnego uważam, że wskazane jest...

Przykładowe odpowiedzi:

Ad. 1) Np. umożliwienie uczniom mającym trudności w uczeniu się wyrównania braków edukacyjnych, właściwy dobór metod, form i środków pracy, twórcza realizacja podjętych działań, motywacja do działania i podejmowania nowych wyzwań.

Ad. 2) Np. rozwój i promocja szkoły w środowisku lokalnym, lepsze przygotowanie uczniów do podjęcia nauki na wyższym etapie kształcenia, wzbogacenie warsztatu pracy nauczyciela, rozwinięcie umiejętności strategicznego myślenia.

Ad. 3) Np. otwarcie uczniów na współpracę, nabycie umiejętności dobierania odpowiedniego modelu matematycznego, wzrost pewności siebie, wzrost komunikatywności.

Ad. 4) Np. kontynuowanie podjętych działań, położenie większego nacisku na odnoszenie korzyści przez wszystkich zainteresowanych, stosowanie coraz więcej liczby innowacyjnych narzędzi z zakresu technologii informacyjno-komunikacyjnych, w wyniku czego uczeń potrafi w praktyce zastosować umiejętności kluczowe.

Do korzyści płynących z właściwej organizacji procesu dydaktycznego można zaliczyć:

- poznanie możliwości praktycznego wykorzystania matematyki w życiu codziennym,
- umiejętność obsługi urządzeń służących do obliczeń matematycznych,
- poznanie łatwiejszych sposobów rozwiązywania zadań,
- uzyskanie wiedzy wykraczającej poza szkolny program nauczania,
- uzyskanie umiejętności swobodnego występowania przed szerszą publicznością,
- uzyskanie umiejętności świadomego kierowania swoim życiem,
- wzrost odpowiedzialności i kreatywności,
- lepsze przygotowanie do egzaminu ósmoklasisty,
- większą motywację do działania i podejmowania wyzwań.

Według Hanny Komorowskiej ewaluacja powinna przebiegać w trzech etapach (Komorowska, 1995):

- I. Ewaluacja przedempiryczna – dokonywana po opracowaniu programu (weryfikacja założeń przed zastosowaniem w praktyce szkolnej).

- II. Ewaluacja kształtująca (badanie przebiegu procesu kształcenia na treściach zawartych w programie).
- III. Ewaluacja podsumowująca (badanie umiejętności uczniów na podstawie określonych celów i zadań).

Ocena zmian w zakresie kształcenia właściwych postaw uczniów może być dokonana za pomocą narzędzia-ankiety w powiązaniu z osiągnięciami uczniów:

Poniższe stwierdzenia uczeń ocenia w skali 1–10:

- 1) Potrafię przeprowadzać typowe i nietypowe czynności matematyczne.
- 2) Prowadzę logiczne rozumowanie.
- 3) Samodzielnie rozwiązuję standardowe i niestandardowe problemy.
- 4) Twórczo i kreatywnie rozwiązuję problemy.
- 5) Odkrywam nowe operacje myślowe.

8.3. Metody i narzędzia ewaluacji programu nauczania dotyczące realizacji celów kształcenia

Należy wpisać TAK lub NIE, biorąc pod uwagę poniższe kryteria doboru metod i narzędzi ewaluacji:

- 1) Program pozwala na pracę z uczniem zdolnym oraz uczniem mającym trudności w nauce.
- 2) Program rekomenduje określone metody pracy z uczniem.
- 3) Proponowane w programie metody zapewniają osiągnięcie wskazanych w programie celów.
- 4) Program promuje różnorodne formy pracy.
- 5) Program umożliwia indywidualizację pracy.

Monitorowanie procesu kształcenia wymaga systematycznego zbierania danych w celu określenia postępów ucznia w odniesieniu do jego dalszej edukacji oraz wspierania ucznia ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Monitorowanie można przeprowadzić w formie oceny-ankiety lub wywiadu, które będą dotyczyły poziomu funkcjonowania ucznia w kilku różnych obszarach, takich jak:

- 1) Rodzaj (zasoby) udzielonego wsparcia oraz stosowanych metody pracy.
- 2) Skuteczność podejmowanych działań (w opinii rodzica i ucznia) w zakresie dostosowań treści nauczania i sposobów oceniania.
- 3) Zmiany i postępy ucznia w nauce oraz funkcjonowaniu społecznym.
- 4) Weryfikacja wdrożonych działań i ich wpływ na rozwój intelektualny ucznia.

Przykład**Ankieta dla uczniów dotycząca oceny zmian w zakresie kształcenia właściwych postaw**

Ocena efektów kształcenia dokonywana w skali 1–6:

- 1) Rozwijam zdolności poprzez udział w konkursach matematycznych.
- 2) Przedstawiam propozycje realizacji omawianych tematów.
- 3) Umiejętnie współpracuję w grupie podczas realizacji zadań.
- 4) Biorę odpowiedzialność za powierzone mi zadania.
- 5) Systematycznie poszukuję nowych treści ponadprogramowych.

8.4. Inne ciekawe metody ewaluacji dotyczące rozwoju umiejętności uczniów

Obserwacja koleżeńska

Umożliwia doskonalenie pracy nauczyciela przez uzyskiwanie informacji zwrotnej od innych osób, wynikającej z obserwacji jego pracy, np. na lekcji, zajęciach pozalekcyjnych, zebraniu rodziców, oraz na podstawie reakcji i zachowań uczniów czy rodziców. Metoda ta powinna służyć do udzielenia nauczycielowi wskazówek pomocnych w analizie jego pracy obserwowanej z boku, a także do refleksji nad konsekwencjami jego działań.

Potrzebne materiały: dyspozycje do obserwacji.

Gadająca ściana

Daje dużą swobodę w wyrażaniu opinii przez uczniów, rodziców lub nauczycieli. Jest formą ewaluacji o charakterze opiniotwórczym, pozwala uczestniczącym w badaniu udzielać bardzo otwartych wypowiedzi.

Potrzebne materiały: plakat (arkusz) z napisanym na nim hasłem (pytaniem), flamastry, długopisy, kartki samoprzylepne.

Sortowanie

Może służyć do gromadzenia danych dotyczących indywidualnych lub grupowych opinii. Uczniowie, rodzice lub nauczyciele uczestniczący w badaniu otrzymują zbiór kart, na których wypisane są stwierdzenia przygotowane przez nauczyciela. Zadaniem uczestników badania jest posegregowanie ich według określonych kategorii.

Potrzebne materiały: zestaw kartek ze stwierdzeniami dla każdego uczestnika lub dla każdej grupy, pudełka z nazwami kategorii.

Pozwala ocenić jednocześnie wiele aspektów ewaluowanego działania, gdyż tarczę można podzielić na kilka części.

Potrzebne materiały: arkusz papieru z narysowaną tarczą strzelniczą, flamastry lub kartki samoprzylepne do zaznaczania ocen przez osoby badane.

Balon

Daje dużą swobodę w zakresie rodzaju zbieranych informacji. Jest szybką wizualną metodą jakościową, którą można wykorzystać do zgromadzenia kilku rodzajów informacji dotyczących jednego działania (procesu) lub jednej sytuacji (np. mocnych stron, trudności, rezultatów).

Potrzebne materiały: plakat z rysunkiem balonu, kartki samoprzylepne najlepiej w trzech różnych kolorach, flamastry, długopisy.

8.5. Internetowe narzędzia ewaluacji do wykorzystania na lekcjach matematyki

Survio

Narzędzie, które pozwala tworzyć od podstaw darmowe ankiety lub wykorzystać gotowe szablony. Wariant bezpłatny oferuje nieograniczoną liczbę ankiet, jednak istnieje limit 100 odpowiedzi na miesiąc. Gotowe szablony funkcjonują w języku polskim, jednak są tłumaczone automatycznie, przez co wskazane jest uprzednie edytowanie ich treści.

Typeform

To darmowe narzędzie do tworzenia ankiet, które wyróżnia się przede wszystkim stroną wizualną. Tworzone formularze są minimalistyczne i przyjemne dla oka. Formularz może być przygotowany od podstaw lub można wybrać jeden z jego gotowych szablonów. Sam proces kreowania ankiety odbywa się na zasadzie „przeciągnij i upuść”. Ciekawostką jest opcja dodawania zmiennych, których treść będzie uzależniona od odpowiedzi udzielonej na poprzednie pytanie. Ankietowany może np. podać w pierwszym kroku swoje imię, które będzie wyświetlane także przy innych pytaniach.

Typeform udostępnia wiele gotowych szablonów ankiet, które opracowane są w języku angielskim, jednak można z łatwością edytować ich elementy i dostosować je do swoich potrzeb. Do tworzenia ankiet na stronie Typeform nie trzeba zakładać konta – o ile użytkownik będzie cały czas pracował na jednym komputerze.

Interankiety.pl

Serwis oferuje usługi płatne – zawierające dodatkowe możliwości edycji ankiet, np. pytania warunkowe – ale w wersji darmowej jest również niezwykle użyteczny. Proces tworzenia formularzy odbywa się na zasadzie „przeciągnij i upuść”, do wyboru są 24 typy pytań – od podstawowych (otwartych, zamkniętych) po bardziej zaawansowane. Serwis Interankiety.pl pozwala także na zmianę wyglądu formularza – od kolorów poprzez obraz

w tle i krój czcionki. Raporty z ankiety mogą być zapisane w formatach: PDF, CSV lub XLS. W ramach darmowego konta użytkownik może stworzyć nielimitowaną liczbę formularzy i otrzymuje na nie 1GB przestrzeni dyskowej.

Formularz Google

Jest to całkowicie bezpłatne narzędzie, z którego chcąc korzystać, wystarczy posiadać konto Gmail. Kreator ankiet od Google cechuje się niezwykłą prostotą i jego opanowanie nie powinno zająć dużo czasu. Podczas tworzenia formularza użytkownik ma do dyspozycji wiele różnych pytań – otwartych, wielokrotnego wyboru, list rozwijanych i innych. Możliwe jest także tworzenie logicznych połączeń, w ramach których odpowiedź na dane pytanie determinuje pytanie wyświetlane następnie. Gotowe ankiety można wysyłać zarówno poprzez e-mail, udostępnić w mediach społecznościowych lub przesłać bezpośredni link do formularza. Zbieranie oraz analizowanie danych odbywa się w osobnej zakładce, dodatkowo istnieje możliwość automatycznego stworzenia arkusza z udzielonymi przez ankietowanych odpowiedziami, zapisywanego w Dokumentach Google.

Kampyle

Narzędzie oferowane jako darmowe w wersji podstawowej. Zapewnia łatwy sposób zbierania opinii użytkowników, posiada wiele wersji językowych, zintegrowane jest z Google Analytics, ma możliwość pełnej personalizacji oraz uruchomienia ankiety na stronie po upływie pewnego czasu.

Z powyższego wyliczenia narzędzi ewaluacji wynika, że istnieje wiele możliwości wykorzystania darmowych internetowych instrumentów do tworzenia ankiet pomocnych w ewaluacji umiejętności matematycznych uczniów. Prowadzenie ewaluacji służy ciągłemu wdrażaniu w dalszej pracy wniosków wynikających z obserwacji i przeprowadzonych ankiet co w praktyce oznacza odpowiednie dopasowanie oferty edukacyjnej szkoły do podstawy programowej kształcenia ogólnego.

Właściwie przeprowadzona ewaluacja pozwala rzetelnie określić efekty procesu nauczania i uczenia się, oraz ocenić, jaką wiedzę i umiejętności posiadają uczniowie. W ten sposób nauczyciel może też promować swoją pracę, a szczególnie te elementy, które stanowią jej mocne strony.

Wdrażanie wniosków z ewaluacji może wpłynąć na:

- doskonalenie jakości pracy szkoły lub placówki;
- planowanie oraz wspomaganie rozwoju zawodowego nauczyciela matematyki;
- możliwość wymiany doświadczeń pomiędzy innymi nauczycielami;
- wzajemne zaufanie i wzbudzanie postaw życzliwości;
- poprawę komunikacji pomiędzy uczniami, ich rodzicami a nauczycielem.

Aby nauczyciel matematyki właściwie przeprowadził ewaluację, powinien posiadać kompetencje takie jak:

- doświadczenie w posługiwaniu się technologią informacyjno-komunikacyjną;
- wiedza na temat metod, technik i narzędzi badawczych;
- umiejętność przeprowadzania wywiadów, obserwacji, konstruowania kwestionariuszy;
- zdolność do przeprowadzania analizy danych, trafnego wyciągania wniosków i formułowania rekomendacji;
- umiejętność współpracy w zespole oraz otwartość na zmiany.

Raport z całościowej ewaluacji procesu nauczania – uczenia się matematyki powinien składać się z elementów takich jak:

- 1) Opis przedmiotu ewaluacji.
- 2) Pytania kluczowe i wykorzystane techniki.
- 3) Opis danych i procesu ich zbierania.
- 4) Analiza danych.
- 5) Wyniki końcowe.
- 6) Rekomendacje.

Należy podkreślić, że wdrażanie procesu ewaluacji jest niezbędne do prawidłowego funkcjonowania szkoły oraz jej ustawicznego rozwoju – szkoły, w której priorytetem jest najwyższa jakość kształcenia oraz skuteczność zaproponowanych form i metod pracy.

Podsumowanie

Jak wynika z dotychczasowych rozważań, współczesny świat stawia przed szkołą i nauczycielami ogromne wymagania. Wynika z nich, że nadrzędnym zadaniem szkoły jest przygotowanie młodego pokolenia do życia we wciąż zmieniającej się rzeczywistości, czemu w istotny sposób powinno sprzyjać realizowanie programu nauczania matematyki. Rolą nauczyciela jest w tych warunkach wspieranie uczniów w budowaniu postawy otwartości na świat i drugiego człowieka, a także rozwijanie potrzeby poszukiwania, odkrywania i modyfikowania otaczającego środowiska. Niniejsze opracowanie ma zainspirować nauczycieli matematyki do refleksji nad podejmowanymi działaniami pedagogicznymi, aby skłoniły uczniów do przyjęcia oczekiwanej aktywnej i twórczej postawy życiowej.

Ponieważ publikacja stanowi ofertę dydaktyczną dla poszukujących i kreatywnych nauczycieli matematyki i studentów, w jej treści często pojawiają się odwołania do umiejętnego powiązania elementów wiedzy teoretycznej z praktyką szkolną oraz konkretne propozycje rozwiązań metodycznych. Jako jedno z naczelných działań nauczyciela materiał wskazuje

takie kierunki działań nauczycielskich, które mają prowadzić ucznia do osiągnięcia maksymalnego i harmonijnego rozwoju. Będzie to możliwe, jeżeli nauczyciel wdroży w praktyce szkolnej poniższe wskazówki:

- 1) Każdy uczeń, szczególnie na II etapie edukacyjnym, potrzebuje wsparcia, ponieważ dzieci rozwijają się w różnym tempie.
- 2) Nie należy podawać uczniom gotowych schematów, przeciwnie – trzeba pozwolić im na poszukiwanie własnych rozwiązań.
- 3) Można pozwalać uczniom na popełnianie błędów i w ten sposób zachęcać ich do poszukiwania różnych dróg rozwiązywania problemów.
- 4) Uczeń potrzebuje zebrania wielu doświadczeń podczas pracy na konkretach.
- 5) Nie należy wyręczać uczniów w odkrywaniu wiedzy – trzeba uczyć ich samodzielności.

Przyjęta przez nauczyciela koncepcja nauczania może opierać się również na założeniach pedagogiki Celestyna Freineta, której głównymi wyznacznikami są:

- 1) Ogromne zaufanie do dzieci i ich potencjalnych możliwości.
- 2) Scalanie zabawy z pracą, co zaspokaja instynktowną tendencję jednostki do działania, tworzenia, osiągnięcia sukcesu i zespolenia ekspresji osobistej z różnymi formami pracy indywidualnej i zespołowej.
- 3) Stymulowanie aktywności twórczej i poznawczej uczniów.
- 4) Organizowanie szerokich kontaktów ze środowiskiem społecznym i przyrodniczym.
- 5) Oparcie organizacji procesu edukacyjnego na autentycznym działaniu, swobodnym wyborze zadań, wywołującym motywację, gotowość na przyjęcie zadań i przeżycie wiedzy z różnych dyscyplin nauki.
- 6) Współdziałanie i samokontrola, zakładające gwarancję stałego rozwoju jednostki.
- 7) Samokontrola i samoocena, połączone z diagnozowaniem swoich postaw i umiejętności przydatnych w życiu jednostki.

Wprowadzanie zmian w pracy nauczyciela wymaga dużej wiedzy merytorycznej, znajomości zastosowań matematyki oraz umiejętności przekazywania wiadomości. Nauczyciel, chcąc rozwijać aktywność uczniów, musi swoje działania starannie zaplanować i pamiętać, aby zawrzeć w nich kilka innowacyjnych elementów wspierających uzdolnienia ucznia.

Do elementów tych można zaliczyć:

- 1) Przeznaczenie godzin do dyspozycji dyrektora szkoły na naukę umiejętności uczenia się.
- 2) Pracę w grupach międzyoddziałowych (o ile w szkole na danym poziomie jest kilka oddziałów).
- 3) Zaplanowanie co najmniej raz w tygodniu lekcji z użyciem narzędzi nowoczesnych technologii informacyjno-komunikacyjnych.
- 4) Proponowanie uczniom zajęć pozalekcyjnych i pracy w określonych modułach.

- 5) Organizowanie konferencji stanowiących okazję do dzielenia się wiedzą i doświadczeniem z nauczycielami przedmiotów matematyczno-przyrodniczych.
- 6) Wspieranie uczniów wymagających pomocy psychologiczno-pedagogicznej.

Warto zapoznać się z wynikami ankiety przeprowadzonej wśród uczniów jednej z klas V szkoły podstawowej. Z badania wynika, że:

- 1) Większość uczniów uważa matematykę za naukę trudną i wymagającą ogromnego nakładu pracy.
- 2) Największy wpływ na postawy uczniów ma styl pracy nauczyciela matematyki.
- 3) Do uczenia się matematyki najbardziej zniechęcają uczniów trudne zagadnienia oraz długie i pracochłonne prace domowe.
- 4) Największą motywację do uczenia się matematyki mają ci uczniowie, którzy wiedzą, że nauka ta będzie im potrzebna w przyszłości.
- 5) Uczniowie pozytywnie oceniają rozwiązania takie jak większe wykorzystywanie komputerów, pomocy audiowizualnych, dużej ilości praktycznych przykładów, gier i konkursów.
- 6) Zainteresowaniem uczniów cieszą się pomysły takie jak używanie platform edukacyjnych, gier strategicznych oraz wyjazdy naukowe.
- 7) Interesujące dla uczniów jest przekazywanie ciekawostek i podawanie dużej ilości przykładów zastosowań zdobytej wiedzy.
- 8) Ciekawe jest stosowanie zadań mających odniesienie do życia codziennego.

W szkole powinien ponadto zostać opracowany system wskazywania kierunku rozwoju indywidualnego ucznia, który zaowocuje samoregulacją w uczeniu się matematyki. W takich warunkach nauczyciel zaprezentuje autorytet i ma sposobność przyjęcia roli motywatora do podejmowania przez ucznia wyzwań.

Tylko taki nauczyciel, który rozumie konieczność zmian i aktywnie uczestniczy w pracach nad wprowadzaniem nowych trendów edukacyjnych oraz pojmuje ideę podnoszenia jakości kształcenia, zainspiruje innych nauczycieli matematyki do modyfikacji programów, tak by własnymi umiejętnościami i zaangażowaniem przyczyniali się do rozbudzania pasji matematycznej uczniów oraz poszerzali horyzonty swoich podopiecznych.

Innym zagadnieniem, istotnym z punktu widzenia efektywności nauczania, mającym bezpośrednie przełożenie na stymulowanie samorozwoju uczniów i rozbudzanie ich twórczego podejścia do matematyki, jest wspieranie rozwoju zawodowego nauczycieli matematyki. Zasadne wydaje się wprowadzenie zmian organizacyjnych, merytorycznych i jakościowych, które pomogą uczniowi w integrowaniu umiejętności matematycznych z wiedzą z innych przedmiotów, a nauczycielowi w opisywaniu sytuacji życiowych w języku matematyki, a także nabywaniu przez uczniów umiejętności argumentowania i uzasadniania podejmowanych działań.

Warto w związku z tym zwrócić uwagę na publikację *Mathematical Mindsets* Jo Boalera, której autor zgłasza postulaty dotyczące przemyśleń uczniów o uczeniu się matematyki. Zgodnie z poglądem autora nastawienie młodych ludzi na rozwój myślenia matematycznego daje podstawy do pokonywania trudności związanych z uczeniem się tego przedmiotu. Zdaniem autora:

- 1) Każdy może nauczyć się matematyki na najwyższym poziomie. Nauczyciele powinni zachęcać uczniów, by wierzyli w siebie. Nie ma czegoś takiego jak „ściśły” umysł. Każdy może osiągnąć wyższy poziom, ciężko pracując.
- 2) Błędy są wartościowe. Błędy rozwijają mózg ucznia! Dobrze jest pomęczyć się nad problemem i popełniać błędy.
- 3) Pytania są rzeczywiście ważne. Nauczyciele powinni zadawać pytania, ale też prowokować uczniów do ich zadawania. Zawsze należy odpowiadać na pytania uczniów.
- 4) Matematyka to przedmiot kreatywny i spójny.
- 5) Należy zwracać uwagę na wizualizację wzorów, kreatywne ścieżki rozwiązań stosowanych przez różnych uczniów, na dyskusję i krytykę.
- 6) Treści matematyczne należy prezentować za pomocą różnorodnych form, takich jak słowa, obrazy, grafy i równania, a także łączyć je ze sobą, warto też używać kolorów.
- 7) Pogłębione myślenie jest ważniejsze niż szybkie. Najlepsi matematycy myślą wolniej, ale głębiej. Nie spieszmy się!
- 8) Lekcja matematyki to nie występy, tylko czas na naukę. Matematyka jest wymagającym przedmiotem, którego nauczanie się wymaga czasu i wysiłku.

Publikacja Jo Boalera jest próbą zainspirowania nauczycieli do innego spojrzenia na dziecko, jego możliwości oraz szanse edukacyjne. Przedstawione w książce różnorodne i innowacyjne rozwiązania dydaktyczne służą nabywaniu kompetencji kluczowych przez uczniów, a zaproponowane metody, formy i środki pracy mają za zadanie zmotywowanie młodzieży do samodzielnego rozwiązywania problemów, z wykorzystaniem narzędzi technologii informacyjno-komunikacyjnych. Dostęp do szeroko rozbudowanej technologii jest w opinii autora szansą na zdobywanie nowych umiejętności.

Zdaniem autora publikacji współczesna szkoła musi być atrakcyjna dla ucznia w taki sposób, aby podczas zajęć uczniowie byli:

- pobudzani do poznawania świata,
- prowokowani do eksperymentowania,
- zachęceni do zadawania pytań,
- otwarci na rozwijanie wyobraźni,
- wspierani w kształtowaniu umiejętności komunikacyjnych.

Istotne jest zatem, aby metody, które nauczyciele zastosują w pracy z uczniami, były dobierane celowo i świadomie. Spełnienie tego warunku jest niezbędne dla zainteresowania uczniów nabywaniem nowych kompetencji i skuteczności pracy nauczyciela. Optymistyczne

jest, że różnorodność proponowanych uczniom rozwiązań, które nauczyciele i uczniowie mogą obecnie wykorzystać w sytuacjach problemowych, roztacza perspektywę twórczej drogi dla nauczania matematyki w szkole podstawowej, która wprowadzi ucznia na kolejny etap kształcenia – edukacji w szkole ponadpodstawowej.

Wdrażajmy zatem innowacyjne rozwiązania, by zwiększyć spektrum nauczycielskich możliwości dydaktycznych. Wspierajmy współpracę nauczycieli, którzy chcą dzielić się wiedzą, a jednocześnie podnosić swoje kompetencje zawodowe. Sprawdzajmy zdobytą wiedzę podczas codziennych praktyk w szkołach i pomagajmy sobie nawzajem w realizacji konkretnych wyzwań wychowawczych i dydaktycznych. Korzystając z dostępnych działań innowacyjnych, realizowanych przez ośrodki edukacyjne na świecie, przekładajmy je na język matematyki, dążąc do tego, by szkoła stawała się coraz nowocześniejsza, bardziej przyjazna i skuteczna, czyli taka, która zapewnia jak najlepsze efekty, osiągnęte przez każdego ucznia na miarę jego osobistych możliwości.

Bibliografia

- Baron-Polańczyk E., (2011), *Chmura czy silos? Nauczyciele wobec nowych trendów ICT*, Zielona Góra: Uniwersytet Zielonogórski.
- Bernacka D., (2001), *Od słowa do działania. Przegląd współczesnych metod kształcenia*, Warszawa: Żak.
- Bortnowski S., (2005), *Przewodnik po sztuce uczenia literatury*, Warszawa: Stentor.
- Budząca się szkoła, <http://www.budzacasieszkola.pl/> [dostęp 08.11.2020].
- Donaldson M., (1986), *Myślenie dzieci*, Warszawa: Wiedza Powszechna.
- Dylak S., *Konstruktywizm jako obiecująca perspektywa kształcenia nauczycieli*, www.cen.uni.wroc.pl/teksty/konstrukcja.pdf [dostęp 08.11.2020].
- Dylak S., (1995), *Wizualizacja w kształceniu nauczycieli*, Poznań: Wydawnictwo Uniwersytetu Adama Mickiewicza.
- Gofron B., (2013), *Konstruktywistyczne ujęcie procesu uczenia się*, „Periodyk Naukowy Akademii Polonijnej”, 2013, nr 1 (7).
- Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.), (2012), *O dzieciach uzdolnionych matematycznie. Książka dla rodziców i nauczycieli*, Warszawa: Nowa Era.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., (1994), *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*, Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E., (2013), *Nauczycielska diagnoza edukacji matematycznej dzieci*, Warszawa: Nowa Era.
- Hamer H., (2010), *Style uczenia się. Nowoczesne uczenie się. Poradnik dla nauczycieli*, Warszawa: Veda.
- Innowacje w edukacji, <https://www.szkolneinspiracje.pl/innowacja-praktyczne-wskazowki-dla-nauczycieli/> [dostęp 08.11.2020].
- Instytut Badań Edukacyjnych, (2015), *Nauczanie matematyki w szkole podstawowej*.
- Juszczyk-Rygałło J., (2014), *Edukacja wyprzedzająca w procesie upodmiotowienia ucznia*, „Prace Naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie. Pedagogika”.
- Klus-Stańska D., (2010), *Dydaktyka wobec chaosu pojęć i zdarzeń*, „Teraźniejszość – Człowiek – Edukacja: kwartalnik myśli społeczno-pedagogicznej”, 2011, nr 1 (53), s. 99–105.
- Komorowska H., (1995), *Konstrukcja, realizacja i ewaluacja programu nauczania*, Warszawa: Instytut Badań Edukacyjnych.
- Kompetencje kluczowe, <http://www.mlodziez.org.pl/program/youthpass/kompetencje-kluczowe.html> [dostęp 08.11.2020].
- Krzyżewska J., (2000), *Aktywizujące metody i techniki w edukacji*, cz. 2, Suwałki.
- Kupisiewicz C., Kupisiewicz M., (2009), *Słownik pedagogiczny*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Łukasik-Gołębska S., (2018), *Jak kształtować kompetencje społeczne w procesie dydaktyczno-wychowawczym?*, Warszawa: Ośrodek Rozwoju Edukacji.

- Nakoneczna D., (1993), *Wychowanie jako zadanie*, Warszawa: Towarzystwo Szkół Twórczych.
- Niemierko B., (1997), *Między oceną szkolną a dydaktyką*, Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
- Okoń W., (1964), *U podstaw problemowego uczenia się*, Warszawa: Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych.
- Okoń W., (2003), *Wprowadzenie do dydaktyki ogólnej*, Warszawa: Żak.
- Okoń W., (1981), *Słownik pedagogiczny*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Ośrodek Rozwoju Edukacji, *Informacje dotyczące zasad prowadzenia wspomagania szkół wraz z materiałami szkoleniowymi*, www.ore.edu.pl/wspomaganie-pracy-szkol-i-przed-szkoli [dostęp 08.11.2020].
- Portal Zdalne lekcje, <https://www.gov.pl/web/zdalnelekcje> [dostęp 08.11.2020].
- Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 9 kwietnia 2002 r. w sprawie warunków prowadzenia działalności innowacyjnej i eksperymentalnej przez publiczne szkoły i placówki, Dz.U. 2002, nr 56, poz. 506.
- Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej, Dz.U. 2017, poz. 356.
- Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 sierpnia 2017 r. w sprawie wymagań wobec szkół i placówek, Dz.U. 2017, poz. 1611.
- Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 9 sierpnia 2017 r. w sprawie szczegółowych zasad organizacji i udzielania pomocy psychologiczno-pedagogicznej w publicznych przedszkolach, szkołach i placówkach, t.j. Dz.U. 2020, poz. 1280.
- Sawiński J.P., (1996), *Cechy i funkcje klas autorskich*, Koszalin: Centrum Edukacji Nauczycieli, s. 8–11.
- Semenowicz H., (1966), *Nowoczesna szkoła francuskich technik Freineta*, Warszawa: Nasza Księgarnia.
- Stowarzyszenie Miasta w Internecie, (2013), *Raport ekspercki, Dydaktyka cyfrowa epoki smartfona*, <http://www.ldc.edu.pl/phocadownload/Dydaktyka-cyfrowa-epoki-smartfona.pdf> [dostęp 08.11.2020].
- Ustawa z dnia 14 grudnia 2016 r. Prawo oświatowe, Dz.U. 2017, poz. 59.
- Wrocławski Portal Matematyczny, <http://www.matematyka.wroc.pl/konkursy/matematyczne> [dostęp 08.11.2020].
- Zalecenie Rady Unii Europejskiej z dnia 22 maja 2018 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie, Dz.U. UE C189 z 4 czerwca 2018 r.
- Zintegrowana Platforma Edukacyjna, <https://epodreczniki.pl/> [dostęp 08.11.2020].



Ośrodek Rozwoju Edukacji
00-478 Warszawa
Aleje Ujazdowskie 28

www.ore.edu.pl